



Financiado pela União Europeia. No entanto, os pontos de vista e opiniões expressos são da exclusiva responsabilidade do(s) autor(es) e não reflectem necessariamente os da União Europeia ou da Agência de Execução relativa à Educação, ao Audiovisual e à Cultura (EACEA). Nem a União Europeia nem a EACEA podem ser responsabilizadas pelas mesmas.

ACADEMIA STEAME

CENÁRIO DE APRENDIZAGEM E CRIATIVIDADE (PLANO L&C) - NÍVEL 2

PROFESSORES: Utilização da programação linear simples no processo de procura de soluções óptimas em actividades empresariais

S

T

Eng

A

M

Ent



1. Visão Geral

Título

Utilização da programação linear simples no processo de procura de soluções óptimas em actividades empresariais.

Questões orientadoras ou tópicos

As seguintes questões orientadoras definem o quadro que formará as ideias básicas do plano

- Qual é o problema ou a necessidade que um empresário procura resolver ou abordar num contexto em que se oferecem soluções otimizadas?
- Quais são os seus clientes-alvo ou beneficiários e quais são os seus principais pontos ou objectivos?
- Quais são os pressupostos ou hipóteses que tem sobre o seu problema, solução e clientes ou beneficiários?
- Quais são os principais conceitos e termos da programação linear, tais como função objetivo, restrições, região viável e solução óptima?
- Como é que a programação linear pode ser utilizada para modelar situações do mundo real que envolvem a maximização ou minimização de uma quantidade, como o lucro, o custo ou a produção?
- Como é que os problemas de programação linear podem ser resolvidos graficamente, encontrando os vértices da região viável e avaliando a função objetivo em cada vértice?
- Como é que os problemas de programação linear podem ser resolvidos

	<p>algebricamente utilizando o método simplex ou outros algoritmos?</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Quais são alguns dos exemplos de actividades empresariais que podem beneficiar da utilização da programação linear, tais como a combinação de produtos, o transporte ou a gestão de stocks? ● Pode trabalhar num projeto em que aplique a programação linear para otimizar uma atividade empresarial real ou simulada? ● Como é que este projeto ajuda a compreender a aplicação prática da programação linear no empreendedorismo? 	
Idade, Anos letivos, ...	14-17 anos	8º-11º
Duração, Cronograma, Atividades	10 horas	3-6 atividades
Alinhamento curricular	<p>As questões acima referidas implicam que toda a abordagem diz respeito principalmente à Programação Linear e à forma como pode ser explorada no tratamento de problemas que procuram a identificação de soluções óptimas. Esta procura está, obviamente, relacionada com uma vasta gama de conceitos e processos matemáticos que são objeto do currículo matemático quotidiano (tais como funções, equações algébricas, etc.). Além disso, é um instrumento essencial nas actividades empresariais relacionadas com o mundo real. Estas actividades podem abranger conteúdos e processos relacionados não só com a economia, mas também com a ciência, a tecnologia e a engenharia.</p>	
Colaboradores, Parceiros	<p>No contexto da reflexão sobre este tema e tendo em conta as questões orientadoras, será útil contar com a colaboração de um conjunto de especialistas/professores que cubram um largo espetro de domínios de aplicação. Assim, sugere-se a participação de um professor de Matemática (P1), de um professor de Ciências (P2) e de um professor de Economia (P3). Além disso, será útil entrar em contacto com empresários no mundo real, com o objetivo de identificar questões de interesse que reflectam a ideia de procurar soluções óptimas para actividades que possam ser representadas num contexto que possa ser modelado através da programação linear</p>	
Resumo - Sinopsis		
Referênciass, Agradecimentos	<p>Existe uma vasta literatura sobre o tema, mas os estudantes podem dar ênfase a:</p> <p>Aos manuais de Matemática e de outras áreas do STEAME com capítulos sobre actividades relacionadas com a otimização utilizando abordagens de programação linear</p> <p>WEBSITES particularmente os seguintes:</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Linear Programming (Read) Algebra CK-12 Foundation (ck12.org): https://www.ck12.org/algebra/Linear-Programming/lesson/Linear-Programming-ALG-1/ ● Linear programming Facts for Kids (kiddle.co): https://kids.kiddle.co/Linear_programming 	

- Entrepreneurship for Kids: From Lemonade Stand to Startup Empire | Lemonade Day: <https://lemonadeday.org/blog/entrepreneurship-for-kids>

Plataformas como o *YouTube* ou canais educativos como o *TED-Ed* ou o *CrashCourse Kids* podem ter vídeos relevantes sobre programação básica e otimização.

Organizações como o *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM) ou associações educativas locais que oferecem workshops ou materiais curriculares que podem apoiar os esforços de ensino.

2. Estrutura da ACADEMIA STEAME*

Cooperação entre professores	<p>A cooperação dos professores abrangerá:</p> <p>Identificação dos objectivos e resultados de aprendizagem para o tópico. (Por exemplo, os alunos devem ser capazes de formular um problema de programação linear, representar graficamente a região viável, encontrar a solução óptima e interpretar os resultados num contexto do mundo real).</p> <p>Escolher uma abordagem pedagógica e uma estratégia de ensino adequadas para o tópico. (Por exemplo, os professores podem utilizar uma abordagem de aprendizagem baseada em problemas, em que apresentam aos alunos um problema realista e interessante que requer a resolução de um problema de programação linear).</p> <p>Decidir em que aspectos cada um dos docentes terá a principal responsabilidade de ajudar os alunos (por exemplo, P1 (professor de matemática) concentrar-se-ia nos aspectos matemáticos, P2 (professor de ciências) e P3 (professor de economia) concentrar-se-iam nas actividades que abrangem a aplicação/questão do mundo real, fornecendo a orientação necessária aos alunos na identificação do problema e dos seus aspectos que conduzem a um processo de otimização. Além disso, apoiariam os alunos no desenvolvimento de estruturas empresariais no contexto da escola).</p> <p>Um quarto professor P4 (professor de informática ou de tecnologia) poderia cooperar com os outros, ajudando os alunos a utilizar material de visualização e de apresentação e programas informáticos para lidar com os vários parâmetros envolvidos no problema.</p> <p>Finalmente, todos os professores estariam envolvidos na avaliação, exploração e reflexão sobre os resultados de toda a abordagem.</p>
Organização STEAME na Vida (SiL)	<p>Através da troca de ideias com empresários da vida real sobre aspectos que requerem otimização e pedindo-lhes que comentem os resultados e as apresentações dos alunos, pode ser-lhes fornecido <i>feedback</i> que reflecta situações da vida real e em várias áreas decorrentes do STEAME.</p> <p>Além disso, os especialistas da vida real podem comentar de forma produtiva as ideias/actividades dos alunos que conduzam à implementação por estes de um processo que vise a otimização de um processo (por exemplo, negócio ou experiência ou construção) desenvolvido e estudado por eles.</p>

Formulação do plano de ação

Os professores devem reunir-se nas fases iniciais e identificar os aspectos básicos necessários para o estudo das alterações climáticas e das suas repercuções na vida real. Além disso, devem trocar ideias com um especialista na área e identificar ações que podem ser tomadas como resultado da consideração dos dados em situações da vida real. Com base nisso, procedem à Formulação do Plano de Ação

Formulação do plano de ação

ETAPA I: Preparação por um ou mais professores de campo [ETAPAS 1-4], e

ETAPA II: Formulação do Plano de Ação [Preparação ETAPAS 1-3]

Refere-se à criação deste Plano de Aprendizagem, pelos professores em colaboração.

ETAPA III: Formulação do Plano de Ação [Desenvolvimento ETAPAS 4-18]

Refere-se à realização pelos alunos das diversas atividades do Plano de Aprendizagem.

O apoio, o *feedback* e a avaliação dos professores são acompanhados ao longo de toda a implementação das atividades.

* em desenvolvimento os elementos finais da estrutura

3. Objetivos and Metodologias

Objetivos e metas de aprendizagem

- Compreender os conceitos básicos e a terminologia da programação linear, tais como função objetivo, restrições, região viável, solução ótima, etc.
- Aprender a formular um problema de programação linear a partir de uma situação da vida real, como por exemplo, maximizar o lucro, minimizar os custos ou alocar recursos de forma eficiente.
- Aprender a representar graficamente um sistema de desigualdades lineares e identificar a região viável e a solução ótima utilizando o método do ponto de canto ou o método gráfico.
- Aprender a utilizar software, como o GEOGEBRA, para resolver problemas de programação linear e visualizar os resultados.
- Aplicar a programação linear a diversas atividades empresariais, como a combinação de produtos, o transporte, a programação, gestão de stocks, etc., e analisar as soluções ótimas e a sua sensibilidade às alterações dos parâmetros.

	<ul style="list-style-type: none"> ● Reconhecer que a programação linear tem muitas utilizações práticas em vários campos, tais como negócios, economia, engenharia, investigação operacional, etc., e refletir sobre a sua exploração posterior em áreas inovadoras do mundo real. <p>Produtos da aprendizagem e resultados esperados</p> <p>Os alunos serão capazes de aplicar o raciocínio matemático e as competências de resolução de problemas a situações do mundo real que envolvem a otimização.</p> <p>Conhecimentos prévios e pré-requisitos</p> <p>Os alunos serão capazes de demonstrar a sua compreensão dos conceitos e métodos de programação linear criando e apresentando os seus próprios modelos e soluções de programação linear, particularmente num contexto STEAME</p> <p>Conhecimentos básicos de álgebra e aritmética, como resolver equações lineares, desigualdades e sistemas de equações, e realizar operações com frações, decimais e percentagens.</p> <p>Competências básicas de geometria, como encontrar a área e o perímetro de polígonos e traçar pontos e linhas num plano de coordenadas.</p> <p>Competências básicas de lógica e raciocínio, como identificar suposições, variáveis e restrições, e elaborar argumentos e conclusões válidas.</p> <p>Conhecimentos básicos de informática, como utilizar uma folha de cálculo, uma calculadora ou uma linguagem de programação para realizar cálculos e análises de dados.</p> <p>Motivação, Metodologia, estratégias, Apoios</p> <p>Motivação: Para motivar os alunos a aprender sobre programação linear simples, uma abordagem pode basear-se em ajudá-los a perceber como esta técnica os pode ajudar a tomar melhores decisões em diversas atividades empreendedoras, como a combinação de produtos, o transporte, a programação, a gestão de stock, etc. É também possível identificar exemplos do mundo real e estudos de caso que ilustram os benefícios e os desafios da utilização da programação linear em diferentes contextos.</p> <p>Metodologia: Fornecer exemplos envolvendo os conceitos essenciais no contexto da programação linear e desenvolver atividades que ajudem os alunos a trabalhar neles e a chegar a conclusões que justifiquem resultados ótimos. Amplie esta abordagem numa ampla gama de casos do mundo real.</p> <p>Estratégias: Para ajudar os alunos a dominar e aplicar a programação linear simples, podem ser utilizadas várias estratégias, tais como:</p> <p>Fornecer <i>feedback</i> e orientação sobre as suas soluções e interpretações de problemas de programação linear.</p> <p>Utilizando diferentes tipos e níveis de exercícios para avaliar e reforçar a sua compreensão e competências.</p> <p>Utilizar a aprendizagem cooperativa e a revisão por pares para promover a colaboração e a comunicação entre os alunos.</p> <p>Utilizar a aprendizagem baseada em projetos e a aprendizagem baseada em problemas para envolver os alunos em tarefas autênticas e significativas que exigem programação linear.</p> <p>Usar a gamificação e a simulação para tornar a aprendizagem divertida e</p>
--	---

4. Preparação e meios

Preparação,
Organização do espaço,
Dicas para a resolução
de problemas

Preparação e meios: É útil rever os conceitos básicos de desigualdades lineares, sistemas de desigualdades lineares e representação gráfica de desigualdades lineares com os alunos. Além disso, prepare exemplos reais de atividades empreendedoras, como vender produtos, planejar um orçamento ou alocar recursos, para tornar o tema mais relevante e interessante para os alunos.

Espera-se que ferramentas como o GeoGebra ajudem os alunos a visualizar e explorar os gráficos de problemas de programação linear.

Configuração do espaço: A sala de aula deverá ser organizada de forma a facilitar o trabalho de grupo e a discussão, bem como a prática individual. Os alunos podem ser divididos em pequenos grupos e receber diferentes problemas de programação linear para resolver. Um projetor ou um quadro inteligente podem ser ferramentas úteis para exibir os gráficos dos problemas e das soluções.

Recursos, Ferramentas,
Material, Anexos,
Equipamento

Recursos: Para além dos recursos já sugeridos na Secção 1, os alunos podem ser convidados a pesquisar na *web* e a identificar exemplos e a praticar questões sobre programação linear. Estes recursos podem ajudá-los a compreender e a projetar o seu trabalho. Outro exemplo deste recurso é: <https://www.nagwa.com/en/plans/376179505956/>

Ferramentas: As calculadoras gráficas e softwares *online*, como o Desmos ou o GeoGebra, são bastante úteis para os alunos visualizarem e explorarem os gráficos de problemas de programação linear.

Material: Fichas de trabalho, folhas de gráficos em branco e canetas ou lápis podem ser elementos úteis para os alunos praticarem a resolução de problemas de programação linear. Neste contexto, a utilização de cenários da vida real, como a venda de produtos, o planeamento orçamental ou a alocação de recursos, pode tornar o tema mais relevante e interessante para os alunos.

Anexos: o uso de um projetor ou de um quadro inteligente para exibir os gráficos dos problemas e das soluções são extremamente úteis. Estes dispositivos também podem ser utilizados para mostrar vídeos ou animações que expliquem os conceitos e as aplicações da programação linear.

Equipamento: A disponibilidade de computadores ou *tablets* com acesso à internet é obviamente um suporte útil numa aula contemporânea, particularmente útil para atividades de animação

Saúde e segurança

-

5. Implementação

Atividades de ensino,
procedimentos,

Atividade 1: DESENVOLVIMENTO DE INTERESSE

Os alunos estão sempre interessados em excursões. Sugira-lhes que a escola

garantiu uma quantia em dinheiro para visitar duas cidades A e B, o que pode proporcionar muitas oportunidades para uma vasta gama de atividades (culturais, de compras, etc.). Peça aos alunos que sugiram o que gostariam de fazer no caso de visitarem as cidades e que parâmetros devem, eles e a escola, considerar para garantir a utilização ideal do dinheiro disponível. Com isto em mente, têm a oportunidade de pensar sobre que informações são necessárias para ajudar a tomar uma decisão sobre como planejar as suas viagens.

Atividade 2: PROPORCIONAR UMA ESTRUTURA CONCRETA ATRAVÉS DE UM EXEMPLO

Considere o seguinte problema

A escola quer organizar duas viagens para os seus alunos visitarem duas cidades diferentes. Estas duas cidades oferecem eventos/atividades muito interessantes, desde museus, eventos desportivos, monumentos culturais, etc. A escola tem um orçamento fixo de no máximo 1.000 euros para cada aluno e um número limitado de no máximo 6 dias para ficar nas duas cidades. A escola quer maximizar os benefícios educativos e culturais das duas viagens (à cidade A e à cidade B), bem como garantir que os alunos têm tempo suficiente para desfrutar das atrações e atividades de cada cidade. É dado que este

- a) O custo para ficar na cidade A é de 100 euros por dia e na cidade B é de 70 euros por dia.
- b) A deslocação para a cidade A custa 200 euros e para a cidade B custa 300 euros. Uma vez que vão para uma cidade, os alunos ficarão lá durante todo o período de atividades/visitas nessa cidade e depois regressarão aos seus lugares, para que no dia seguinte visitem a outra cidade ou regressem à escola.
- c) Na cidade A, os alunos podem envolver-se num máximo de 6 atividades por dia (ir a eventos culturais, museus, eventos desportivos, etc.), enquanto na cidade B, os alunos podem envolver-se num máximo de 5 atividades por dia.
- d) Na cidade A, existem 30 atividades (museus, etc.) que vale a pena participar/visitar, enquanto na cidade B existem 25 eventos deste tipo.

Utilizando a programação linear, encontre o número ideal de dias que devem ser passados em cada cidade para que os alunos tirem o máximo partido das atividades.

Atividade 3: Análise dos constituintes do problema – Compreender o problema.

Em particular, espera-se identificar os vários elementos/quantidades que estão envolvidos no processo.

- i. As variáveis que devem ser consideradas.
- ii. A função objetivo que deve ser otimizada (maximizada ou minimizada)
- iii. Outros parâmetros/restricções que desempenham um papel importante nos próximos passos

Atividade 4: Elaborar um plano para a solução

O plano envolve a identificação de relações/modelos matemáticos que são representações de vários conceitos e a consideração/decisão de abordagens matemáticas que foram utilizadas em casos semelhantes (por exemplo, se as representações estão a conduzir a relações lineares para utilizar um método gráfico ou o método Simplex ou outros métodos) dependendo do historial dos alunos. Neste caso, sugere-se a adoção do método gráfico

Atividade 5: Execute o plano para implementar os tópicos anteriores, conforme apresentado na Atividade 4. Neste caso, será necessário software para representação gráfica. Com base na manipulação das relações, espera-se que os alunos produzam uma solução.

Atividade 6: Olhe para trás, investigue os resultados, avalie e reflita sobre eles.

A solução que se encontra na Atividade 5 é avaliada/investigada para garantir uma solução lógica e correta

Apreciação - Avaliação

Os alunos recebem, através dos seus manuais, problemas semelhantes a serem resolvidos na sala de aula ou como trabalho de casa.

Durante os processos os alunos são levados à discussão e à reflexão tanto sobre as abordagens como sobre a plausibilidade da solução.

Apresentação - Relatório - Partilha

Os alunos são convidados a apresentar os seus trabalhos a partir de projetos ou de soluções dos seus trabalhos de casa, como no exemplo em ANEXO

Extensões - Outras informações

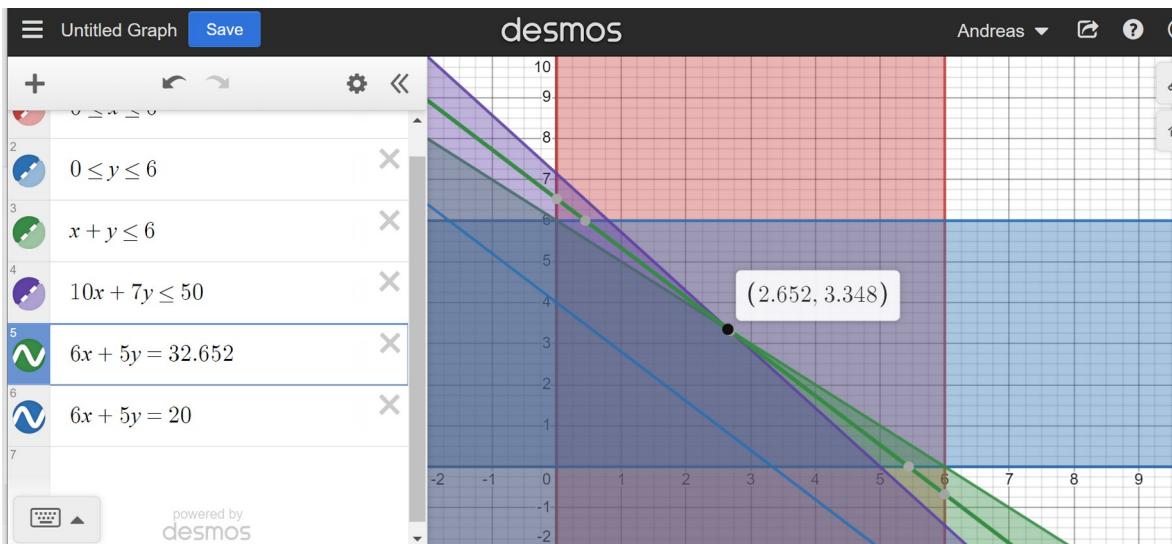
-

ANEXO a solução para o problema dado na Atividade 2

Seja x o número de dias na cidade A e y o número de dias na cidade B.

A função objetivo é $z=6x+5y$

As restrições são $10x+7y \leq 50$, $x+y \leq 6$, $x \geq 0$, $x \leq 6$, $y \geq 0$, $y \leq 6$



No gráfico observamos que a função objetivo é máxima quando $x \approx 2,65$ e $y \approx 3,34$. Mas como os alunos têm de passar dias inteiros nas cidades, concluímos que $x=2$ e $y=3$. Assim sendo, o valor máximo para $z=6,2+5,3=12+15=27$ e o custo total é de 910 para cada aluno.

Recursos para o desenvolvimento do Plano de Aprendizagem e Criatividade da
ACADEMIA STEAME
No caso da aprendizagem através das atividades baseadas em projetos

**Protótipo/Guião da ACADEMIA STEAME para a Abordagem da Aprendizagem e Criatividade
Formulação de Plano de Ação**

Principais etapas da abordagem de aprendizagem STEAME:

ETAPA I: Preparação por um ou mais professores

1. Formulação das ideias iniciais sobre os setores/áreas temáticas a serem abordados
2. Envolvimento com o mundo do ambiente/trabalho/negócios/pais/sociedade/meio ambiente/ética
3. Faixa etária dos alunos-alvo - Associação ao currículo oficial - Definição de metas e objetivos
4. Organização das tarefas das partes envolvidas - Designação do coordenador - Locais de trabalho, etc.

ETAPA II: Formulação do Plano de Ação (Etapas 1-18)

Preparação (pelos professores)

1. Relação com o Mundo Real – Reflexão
2. Incentivo – Motivação
3. Formulação de um problema (eventualmente em etapas ou fases) resultante do acima exposto

Desenvolvimento (pelos alunos) – Orientação e Avaliação (no 9-11, pelos professores)

4. Criação de fundo - Pesquisar/Recolher informação
5. Simplificar o problema - Configurar o problema com um número limitado de requisitos
6. Criação de casos - Design - identificação de materiais para construção/desenvolvimento/criação
7. Construção - Fluxo de trabalho - Implementação de projetos
8. Observação-Experimentação - Conclusões Iniciais
9. Documentação - Pesquisa de Áreas Temáticas (campos de IA) relacionadas com o tema em estudo – Explicação baseada em Teorias Existentes e/ou Resultados Empíricos
10. Recolha de resultados/informação com base nos pontos 7, 8, 9
11. Primeira apresentação em grupo dos alunos

Configuração e Resultados (pelos alunos) – Orientação e Avaliação (pelos professores)

12. Configurar modelos STEAME para descrever/representar/ilustrar os resultados
13. Estudando os resultados em 9 e tirando conclusões, utilizando 12
14. Aplicações na Vida Quotidiana - Sugestões para o Desenvolvimento 9 (Empreendedorismo - Dias SIL)

Revisão (pelos professores)

15. Rever o problema e voltar a revê-lo em condições mais exigentes

Conclusão do Projeto (pelos alunos) – Orientação e Avaliação (pelos professores)

16. Repita os passos 5 a 11 com requisitos adicionais ou novos, conforme formulado em 15
17. Investigação - Estudos de Caso - Expansão - Novas Teorias - Testando Novas Conclusões
18. Apresentação de Conclusões - Táticas de Comunicação.

ETAPA III: AÇÕES E COOPERAÇÃO DA ACADEMIA STEAME EM PROJETOS CRIATIVOS PARA ALUNOS

Título do Projeto: _____

Breve Descrição/Esquema dos arranjos organizacionais/Responsabilidades pela ação

ETAPA	Atividades/Passos Professor 1(P1) Cooperação com P2 e orientação dos alunos	Atividades/Passos pelos Estudantes Grupo etário: _____	Atividades/Passos Professor 2 (P2) Cooperação com P1 e orientação dos alunos
A	Preparação dos passos 1,2,3		Cooperação no passo 3
B	Orientação no passo 9	4,5,6,7,8,9,10	Orientação de suporte no passo 9
C	Avaliação criativa	11	Avaliação criativa
D	Orientação	12	Orientação
E	Orientação	13 (9+12)	Orientação
F	Organização (SIL) STEAME na Vida	14 Reunião com representantes do negócio	Organização (SIL) STEAME na Vida
G	Preparação do passo 15		Cooperação no passo 15
H	Orientação	16 (repetições 5-11)	Orientação de suporte
I	Orientação	17	Orientação de suporte
K	Avaliação criativa	18	Avaliação criativa