



Financiado pela União Europeia. No entanto, os pontos de vista e opiniões expressos são da exclusiva responsabilidade do(s) autor(es) e não reflectem necessariamente os da União Europeia ou da Agência de Execução relativa à Educação, ao Audiovisual e à Cultura (EACEA). Nem a União Europeia nem a EACEA podem ser responsabilizadas pelas mesmas.

ACADEMIA STEAME

CENÁRIO DE APRENDIZAGEM E CRIATIVIDADE (PLANO L&C) - NÍVEL 2 PROFESSORES: Utilização da programação linear simples no processo de procura de soluções óptimas em actividades empresariais

S

T

Eng

A

M

Ent



1. Visão Geral

Título

Utilização da programação linear simples no processo de procura de soluções óptimas em actividades empresariais.

Questões orientadoras ou tópicos

As seguintes questões orientadoras definem o quadro que formará as ideias básicas do plano

- Qual é o problema ou a necessidade que um empresário procura resolver ou abordar num contexto em que se oferecem soluções otimizadas?
- Quais são os seus clientes-alvo ou beneficiários e quais são os seus principais pontos ou objectivos?
- Quais são os pressupostos ou hipóteses que tem sobre o seu problema, solução e clientes ou beneficiários?
- Quais são os principais conceitos e termos da programação linear, tais como função objetivo, restrições, região viável e solução óptima?
- Como é que a programação linear pode ser utilizada para modelar situações do mundo real que envolvem a maximização ou minimização de uma quantidade, como o lucro, o custo ou a produção?
- Como é que os problemas de programação linear podem ser resolvidos graficamente, encontrando os vértices da região viável e avaliando a função objetivo em cada vértice?
- Como é que os problemas de programação linear podem ser resolvidos

	algebricamente utilizando o método simplex ou outros algoritmos?	
	<ul style="list-style-type: none"> ● Quais são alguns dos exemplos de actividades empresariais que podem beneficiar da utilização da programação linear, tais como a combinação de produtos, o transporte ou a gestão de stocks? ● Pode trabalhar num projeto em que aplique a programação linear para otimizar uma atividade empresarial real ou simulada? ● Como é que este projeto ajuda a compreender a aplicação prática da programação linear no empreendedorismo? 	
Idade, Anos letivos, ...	14-17 anos	8 ^o -11 ^o
Duração, Cronograma, Atividades	10 horas	3-6 atividades
Alinhamento curricular	<p>As questões acima referidas implicam que toda a abordagem diz respeito principalmente à Programação Linear e à forma como pode ser explorada no tratamento de problemas que procuram a identificação de soluções óptimas. Esta procura está, obviamente, relacionada com uma vasta gama de conceitos e processos matemáticos que são objeto do currículo matemático quotidiano (tais como funções, equações algébricas, etc.). Além disso, é um instrumento essencial nas actividades empresariais relacionadas com o mundo real. Estas actividades podem abranger conteúdos e processos relacionados não só com a economia, mas também com a ciência, a tecnologia e a engenharia.</p>	
Colaboradores, Parceiros	<p>No contexto da reflexão sobre este tema e tendo em conta as questões orientadoras, será útil contar com a colaboração de um conjunto de especialistas/professores que cubram um largo espectro de domínios de aplicação. Assim, sugere-se a participação de um professor de Matemática (P1), de um professor de Ciências (P2) e de um professor de Economia (P3). Além disso, será útil entrar em contacto com empresários no mundo real, com o objetivo de identificar questões de interesse que reflectam a ideia de procurar soluções óptimas para actividades que possam ser representadas num contexto que possa ser modelado através da programação linear</p>	
Resumo - Sinopsis		
Referênciass, Agradecimentos	<p>Existe uma vasta literatura sobre o tema, mas os estudantes podem dar ênfase a:</p> <p>Aos manuais de Matemática e de outras áreas do STEAME com capítulos sobre actividades relacionadas com a otimização utilizando abordagens de programação linear</p> <p>WEBSITES particularmente os seguintes:</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Linear Programming (Read) Algebra CK-12 Foundation (ck12.org): https://www.ck12.org/algebra/Linear-Programming/lesson/Linear-Programming-ALG-I/ ● Linear programming Facts for Kids (kiddle.co): https://kids.kiddle.co/Linear_programming 	

- Entrepreneurship for Kids: From Lemonade Stand to Startup Empire | Lemonade Day: <https://lemonadeday.org/blog/entrepreneurship-for-kids>

Plataformas como o *YouTube* ou canais educativos como o TED-Ed ou o *CrashCourse Kids* podem ter vídeos relevantes sobre programação básica e otimização.

Organizações como o *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM) ou associações educativas locais que oferecem workshops ou materiais curriculares que podem apoiar os esforços de ensino.

2. Estrutura da ACADEMIA STEAME*

Cooperação entre professores

A cooperação dos professores abrangerá:

Identificação dos objectivos e resultados de aprendizagem para o tópico. (Por exemplo, os alunos devem ser capazes de formular um problema de programação linear, representar graficamente a região viável, encontrar a solução óptima e interpretar os resultados num contexto do mundo real).

Escolher uma abordagem pedagógica e uma estratégia de ensino adequadas para o tópico. (Por exemplo, os professores podem utilizar uma abordagem de aprendizagem baseada em problemas, em que apresentam aos alunos um problema realista e interessante que requer a resolução de um problema de programação linear).

Decidir em que aspectos cada um dos docentes terá a principal responsabilidade de ajudar os alunos (por exemplo, P1 (professor de matemática) concentrar-se-ia nos aspectos matemáticos, P2 (professor de ciências) e P3 (professor de economia) concentrar-se-iam nas actividades que abrangem a aplicação/questão do mundo real, fornecendo a orientação necessária aos alunos na identificação do problema e dos seus aspectos que conduzem a um processo de otimização. Além disso, apoiariam os alunos no desenvolvimento de estruturas empresariais no contexto da escola.

Um quarto professor P4 (professor de informática ou de tecnologia) poderia cooperar com os outros, ajudando os alunos a utilizar material de visualização e de apresentação e programas informáticos para lidar com os vários parâmetros envolvidos no problema.

Finalmente, todos os professores estariam envolvidos na avaliação, exploração e reflexão sobre os resultados de toda a abordagem.

Organização STEAME na Vida (SiL)

Através da troca de ideias com empresários da vida real sobre aspectos que requerem otimização e pedindo-lhes que comentem os resultados e as apresentações dos alunos, pode ser-lhes fornecido *feedback* que reflecta situações da vida real e em várias áreas decorrentes do STEAME.

Além disso, os especialistas da vida real podem comentar de forma produtiva as ideias/actividades dos alunos que conduzam à implementação por estes de um processo que vise a otimização de um processo (por exemplo, negócio ou experiência ou construção) desenvolvido e estudado por eles.

Formulação do plano de ação	<p>Os professores devem reunir-se nas fases iniciais e identificar os aspectos básicos necessários para o estudo das alterações climáticas e das suas repercussões na vida real. Além disso, devem trocar ideias com um especialista na área e identificar ações que podem ser tomadas como resultado da consideração dos dados em situações da vida real. Com base nisso, procedem à Formulação do Plano de Ação</p> <p>Formulação do plano de ação</p> <p>ETAPA I: Preparação por um ou mais professores de campo [ETAPAS 1-4], e</p> <p>ETAPA II: Formulação do Plano de Ação [Preparação ETAPAS 1-3]</p> <p>Refere-se à criação deste Plano de Aprendizagem, pelos professores em colaboração.</p> <p>ETAPA III: Formulação do Plano de Ação [Desenvolvimento ETAPAS 4-18]</p> <p>Refere-se à realização pelos alunos das diversas atividades do Plano de Aprendizagem.</p> <p>O apoio, o <i>feedback</i> e a avaliação dos professores são acompanhados ao longo de toda a implementação das atividades.</p>
-----------------------------	---

* em desenvolvimento os elementos finais da estrutura

3. Objetivos and Metodologias

Objetivos e metas de aprendizagem	<ul style="list-style-type: none"> ● Compreender os conceitos básicos e a terminologia da programação linear, tais como função objetivo, restrições, região viável, solução ótima, etc. ● Aprender a formular um problema de programação linear a partir de uma situação da vida real, como por exemplo, maximizar o lucro, minimizar os custos ou alocar recursos de forma eficiente. ● Aprender a representar graficamente um sistema de desigualdades lineares e identificar a região viável e a solução ótima utilizando o método do ponto de canto ou o método gráfico. ● Aprender a utilizar software, como o GEOGEBRA, para resolver problemas de programação linear e visualizar os resultados. ● Aplicar a programação linear a diversas atividades empresariais, como a combinação de produtos, o transporte, a programação, gestão de stocks, etc., e analisar as soluções ótimas e a sua sensibilidade às alterações dos parâmetros.
-----------------------------------	---

	<ul style="list-style-type: none"> ● Reconhecer que a programação linear tem muitas utilizações práticas em vários campos, tais como negócios, economia, engenharia, investigação operacional, etc., e refletir sobre a sua exploração posterior em áreas inovadoras do mundo real.
Produtos da aprendizagem e resultados esperados	<p>Os alunos serão capazes de aplicar o raciocínio matemático e as competências de resolução de problemas a situações do mundo real que envolvem a otimização.</p> <p>Os alunos serão capazes de demonstrar a sua compreensão dos conceitos e métodos de programação linear criando e apresentando os seus próprios modelos e soluções de programação linear, particularmente num contexto STEAME</p>
Conhecimentos prévios e pré-requisitos	<p>Conhecimentos básicos de álgebra e aritmética, como resolver equações lineares, desigualdades e sistemas de equações, e realizar operações com frações, decimais e percentagens.</p> <p>Competências básicas de geometria, como encontrar a área e o perímetro de polígonos e traçar pontos e linhas num plano de coordenadas.</p> <p>Competências básicas de lógica e raciocínio, como identificar suposições, variáveis e restrições, e elaborar argumentos e conclusões válidas.</p> <p>Conhecimentos básicos de informática, como utilizar uma folha de cálculo, uma calculadora ou uma linguagem de programação para realizar cálculos e análises de dados.</p>
Motivação, Metodologia, estratégias, Apoios	<p>Motivação: Para motivar os alunos a aprender sobre programação linear simples, uma abordagem pode basear-se em ajudá-los a perceber como esta técnica os pode ajudar a tomar melhores decisões em diversas atividades empreendedoras, como a combinação de produtos, o transporte, a programação, a gestão de stock, etc. É também possível identificar exemplos do mundo real e estudos de caso que ilustram os benefícios e os desafios da utilização da programação linear em diferentes contextos.</p> <p>Metodologia: Fornecer exemplos envolvendo os conceitos essenciais no contexto da programação linear e desenvolver atividades que ajudem os alunos a trabalhar neles e a chegar a conclusões que justifiquem resultados ótimos. Amplie esta abordagem numa ampla gama de casos do mundo real.</p> <p>Estratégias: Para ajudar os alunos a dominar e aplicar a programação linear simples, podem ser utilizadas várias estratégias, tais como:</p> <p>Fornecer <i>feedback</i> e orientação sobre as suas soluções e interpretações de problemas de programação linear.</p> <p>Utilizando diferentes tipos e níveis de exercícios para avaliar e reforçar a sua compreensão e competências.</p> <p>Utilizar a aprendizagem cooperativa e a revisão por pares para promover a colaboração e a comunicação entre os alunos.</p> <p>Utilizar a aprendizagem baseada em projetos e a aprendizagem baseada em problemas para envolver os alunos em tarefas autênticas e significativas que exigem programação linear.</p> <p>Usar a gamificação e a simulação para tornar a aprendizagem divertida e</p>

interativa.

4. Preparação e meios

Preparação,
Organização do espaço,
Dicas para a resolução
de problemas

Preparação e meios: É útil rever os conceitos básicos de desigualdades lineares, sistemas de desigualdades lineares e representação gráfica de desigualdades lineares com os alunos. Além disso, prepare exemplos reais de atividades empreendedoras, como vender produtos, planejar um orçamento ou alocar recursos, para tornar o tema mais relevante e interessante para os alunos.

Espera-se que ferramentas como o GeoGebra ajudem os alunos a visualizar e explorar os gráficos de problemas de programação linear.

Configuração do espaço: A sala de aula deverá ser organizada de forma a facilitar o trabalho de grupo e a discussão, bem como a prática individual. Os alunos podem ser divididos em pequenos grupos e receber diferentes problemas de programação linear para resolver. Um projetor ou um quadro inteligente podem ser ferramentas úteis para exibir os gráficos dos problemas e das soluções.

Recursos, Ferramentas,
Material, Anexos,
Equipamento

Recursos: Para além dos recursos já sugeridos na Secção 1, os alunos podem ser convidados a pesquisar na *web* e a identificar exemplos e a praticar questões sobre programação linear. Estes recursos podem ajudá-los a compreender e a projetar o seu trabalho. Outro exemplo deste recurso é: <https://www.nagwa.com/en/plans/376179505956/>

Ferramentas: As calculadoras gráficas e softwares *online*, como o Desmos ou o GeoGebra, são bastante úteis para os alunos visualizarem e explorarem os gráficos de problemas de programação linear.

Material: Fichas de trabalho, folhas de gráficos em branco e canetas ou lápis podem ser elementos úteis para os alunos praticarem a resolução de problemas de programação linear. Neste contexto, a utilização de cenários da vida real, como a venda de produtos, o planeamento orçamental ou a alocação de recursos, pode tornar o tema mais relevante e interessante para os alunos.

Anexos: o uso de um projetor ou de um quadro inteligente para exibir os gráficos dos problemas e das soluções são extremamente úteis. Estes dispositivos também podem ser utilizados para mostrar vídeos ou animações que expliquem os conceitos e as aplicações da programação linear.

Equipamento: A disponibilidade de computadores ou *tablets* com acesso à internet é obviamente um suporte útil numa aula contemporânea, particularmente útil para atividades de animação

Saúde e segurança

-

5. Implementação

Atividades de ensino,
procedimentos,

Atividade 1: DESENVOLVIMENTO DE INTERESSE

Os alunos estão sempre interessados em excursões. Sugira-lhes que a escola

garantiu uma quantia em dinheiro para visitar duas cidades A e B, o que pode proporcionar muitas oportunidades para uma vasta gama de atividades (culturais, de compras, etc.). Peça aos alunos que sugiram o que gostariam de fazer no caso de visitarem as cidades e que parâmetros devem, eles e a escola, considerar para garantir a utilização ideal do dinheiro disponível. Com isto em mente, têm a oportunidade de pensar sobre que informações são necessárias para ajudar a tomar uma decisão sobre como planejar as suas viagens.

Atividade 2: PROPORCIONAR UMA ESTRUTURA CONCRETA ATRAVÉS DE UM EXEMPLO

Considere o seguinte problema

A escola quer organizar duas viagens para os seus alunos visitarem duas cidades diferentes. Estas duas cidades oferecem eventos/atividades muito interessantes, desde museus, eventos desportivos, monumentos culturais, etc. A escola tem um orçamento fixo de no máximo 1.000 euros para cada aluno e um número limitado de no máximo 6 dias para ficar nas duas cidades. A escola quer maximizar os benefícios educativos e culturais das duas viagens (à cidade A e à cidade B), bem como garantir que os alunos têm tempo suficiente para desfrutar das atrações e atividades de cada cidade. É dado que este

- a) O custo para ficar na cidade A é de 100 euros por dia e na cidade B é de 70 euros por dia.
- b) A deslocação para a cidade A custa 200 euros e para a cidade B custa 300 euros. Uma vez que vão para uma cidade, os alunos ficarão lá durante todo o período de atividades/visitas nessa cidade e depois regressarão aos seus lugares, para que no dia seguinte visitem a outra cidade ou regressem à escola.
- c) Na cidade A, os alunos podem envolver-se num máximo de 6 atividades por dia (ir a eventos culturais, museus, eventos desportivos, etc.), enquanto na cidade B, os alunos podem envolver-se num máximo de 5 atividades por dia.
- d) Na cidade A, existem 30 atividades (museus, etc.) que vale a pena participar/visitar, enquanto na cidade B existem 25 eventos deste tipo.

Utilizando a programação linear, encontre o número ideal de dias que devem ser passados em cada cidade para que os alunos tirem o máximo partido das atividades.

Atividade 3: Análise dos constituintes do problema – Compreender o problema.

Em particular, espera-se identificar os vários elementos/quantidades que estão envolvidos no processo.

- i. As variáveis que devem ser consideradas.
- ii. A função objetivo que deve ser otimizada (maximizada ou minimizada)
- iii. Outros parâmetros/restrições que desempenham um papel importante nos próximos passos

Atividade 4: Elaborar um plano para a solução

O plano envolve a identificação de relações/modelos matemáticos que são representações de vários conceitos e a consideração/decisão de abordagens matemáticas que foram utilizadas em casos semelhantes (por exemplo, se as representações estão a conduzir a relações lineares para utilizar um método gráfico ou o método Simplex ou outros métodos) dependendo do historial dos alunos. Neste caso, sugere-se a adoção do método gráfico

Atividade 5: Execute o plano para implementar os tópicos anteriores, conforme apresentado na Atividade 4. Neste caso, será necessário software para representação gráfica. Com base na manipulação das relações, espera-se que os alunos produzam uma solução.

Atividade 6: Olhe para trás, investigue os resultados, avalie e reflita sobre eles.

A solução que se encontra na Atividade 5 é avaliada/investigada para garantir uma solução lógica e correta

Apreciação - Avaliação

Os alunos recebem, através dos seus manuais, problemas semelhantes a serem resolvidos na sala de aula ou como trabalho de casa.

Durante os processos os alunos são levados à discussão e à reflexão tanto sobre as abordagens como sobre a plausibilidade da solução.

Apresentação -
Relatório - Partilha

Os alunos são convidados a apresentar os seus trabalhos a partir de projetos ou de soluções dos seus trabalhos de casa, como no exemplo em ANEXO

*Extensões - Outras
informações*

-

ANEXO a solução para o problema dado na Atividade 2

Seja x o número de dias na cidade A e y o número de dias na cidade B.

A função objetivo é $z=6x+5y$

As restrições são $10x+7y \leq 50$, $x+y \leq 6$, $x \geq 0$, $x \leq 6$, $y \geq 0$, $y \leq 6$



No gráfico observamos que a função objetivo é máxima quando $x \approx 2,65$ e $y \approx 3,34$. Mas como os alunos têm de passar dias inteiros nas cidades, concluímos que $x=2$ e $y=3$. Assim sendo, o valor máximo para $z=6,2+5,3=12+15=27$ e o custo total é de 910 para cada aluno.

Recursos para o desenvolvimento do Plano de Aprendizagem e Criatividade da
ACADEMIA STEAME
No caso da aprendizagem através das atividades baseadas em projetos

**Protótipo/Guião da ACADEMIA STEAME para a Abordagem da Aprendizagem e Criatividade
Formulação de Plano de Ação**

Principais etapas da abordagem de aprendizagem STEAME:

ETAPA I: Preparação por um ou mais professores

1. Formulação das ideias iniciais sobre os setores/áreas temáticas a serem abordados
2. Envolvimento com o mundo do ambiente/trabalho/negócios/pais/sociedade/meio ambiente/ética
3. Faixa etária dos alunos-alvo - Associação ao currículo oficial - Definição de metas e objetivos
4. Organização das tarefas das partes envolvidas - Designação do coordenador - Locais de trabalho, etc.

ETAPA II: Formulação do Plano de Ação (Etapas 1-18)

Preparação (pelos professores)

1. Relação com o Mundo Real – Reflexão
2. Incentivo – Motivação
3. Formulação de um problema (eventualmente em etapas ou fases) resultante do acima exposto

Desenvolvimento (pelos alunos) – Orientação e Avaliação (no 9-11, pelos professores)

4. Criação de fundo - Pesquisar/Recolher informação
5. Simplificar o problema - Configurar o problema com um número limitado de requisitos
6. Criação de casos - Design - identificação de materiais para construção/desenvolvimento/criação
7. Construção - Fluxo de trabalho - Implementação de projetos
8. Observação-Experimentação - Conclusões Iniciais
9. Documentação - Pesquisa de Áreas Temáticas (campos de IA) relacionadas com o tema em estudo – Explicação baseada em Teorias Existentes e/ou Resultados Empíricos
10. Recolha de resultados/informação com base nos pontos 7, 8, 9
11. Primeira apresentação em grupo dos alunos

Configuração e Resultados (pelos alunos) – Orientação e Avaliação (pelos professores)

12. Configurar modelos STEAME para descrever/representar/ilustrar os resultados
13. Estudando os resultados em 9 e tirando conclusões, utilizando 12
14. Aplicações na Vida Quotidiana - Sugestões para o Desenvolvimento 9 (Empreendedorismo - Dias SIL)

Revisão (pelos professores)

15. Rever o problema e voltar a revê-lo em condições mais exigentes

Conclusão do Projeto (pelos alunos) – Orientação e Avaliação (pelos professores)

16. Repita os passos 5 a 11 com requisitos adicionais ou novos, conforme formulado em 15
17. Investigação - Estudos de Caso - Expansão - Novas Teorias - Testando Novas Conclusões
18. Apresentação de Conclusões - Táticas de Comunicação.

ETAPA III: AÇÕES E COOPERAÇÃO DA ACADEMIA STEAME EM PROJETOS CRIATIVOS PARA ALUNOS

Título do Projeto: _____

Breve Descrição/Esquema dos arranjos organizacionais/Responsabilidades pela ação

ETAPA	Atividades/Passos	Atividades/Passos pelos Estudantes	Atividades/Passos
	Professor 1(P1) Cooperação com P2 e orientação dos alunos	Grupo etário: ____	Professor 2 (P2) Cooperação com P1 e orientação dos alunos
A	Preparação dos passos 1,2,3		Cooperação no passo 3
B	Orientação no passo 9	4,5,6,7,8,9,10	Orientação de suporte no passo 9
C	Avaliação criativa	11	Avaliação criativa
D	Orientação	12	Orientação
E	Orientação	13 (9+12)	Orientação
F	Organização (SIL) STEAME na Vida	14 Reunião com representantes do negócio	Organização (SIL) STEAME na Vida
G	Preparação do passo 15		Cooperação no passo 15
H	Orientação	16 (repetições 5-11)	Orientação de suporte
I	Orientação	17	Orientação de suporte
K	Avaliação criativa	18	Avaliação criativa