



Finansowany przez Unię Europejską. Wyrażone poglądy i opinie są jednak wyłącznie poglądami i opiniami autora (autorów) i niekoniecznie odzwierciedlają poglądy i opinie Unii Europejskiej lub Europejskiej Agencji Wykonawczej ds. Edukacji i Kultury (EACEA). Ani Unia Europejska, ani EACEA nie mogą być za nie pociągnięte do odpowiedzialności.

AKADEMIA STEAME

FACYLITACJA NAUCZANIA PLAN UCZENIA SIĘ I KREATYWNOŚCI (PLAN L&C) - POZIOM 1 STUDENCI NAUCZYCIELE: **Rozwiązywanie problemów z Diophantus**

S

T

Eng

A

M

Ent



1. Przegląd

Tytuł	Rozwiązywanie problemów z Diophantusem – Modelowanie za pomocą liniowych równań diofantycznych		
Pytanie lub temat dotyczący jazdy	<i>Kim jest Diofantos z Aleksandrii i dlaczego nazywany jest "ojcem algebry"? Co to jest równanie diofantyczne? Jak rozwiązuje się liniowe równanie diofantyczne? W jaki sposób liniowe równania diofantyczne dwóch lub więcej zmiennych można zastosować do modelowania i rozwiązywania problemów w chemii, fizyce lub inżynierii (przepływy sieciowe), przedsiębiorczości (biznes) i życiu codziennym? W jaki sposób można zastosować IT do rozwiązywania liniowych równań diofantycznych?</i>		
Wiek, stopnie, ...	12-13 lat	6-7 stopni	
Czas trwania, oś czasu, działania	10 lekcji	10 lekcji każdy o czasie trwania 40 min.	1 lekcja tygodniowo w ciągu 10 kolejnych tygodni
Dostosowanie programu nauczania	Matematyka, chemia, fizyka lub inżynieria, kryptografia, przedsiębiorczość, informatyka (Excel lub inne oprogramowanie do arkuszy kalkulacyjnych) Ważnym problemem w teorii liczb są liniowe równania diofantyczne. Na tych lekcjach uczniowie dowiedzą się o Diofantosie z Aleksandrii, znanym jako "ojciec algebry" oraz liniowych równaniach diofantycznych. Dowiedzą się, w jaki sposób liniowe równania diofantyczne (jednorodne i niejednorodne) są rozwiązywane przy użyciu różnych metod – za pomocą reguł podzielności, metody znajdowania konkretnego rozwiązania za pomocą rozszerzonego algorytmu euklidesowego dla największego wspólnego dzielnika (gcd), a następnie zapisywania wzorów na rozwiązanie ogólne oraz metody podstawiania Eulera (rozdzielanie części całkowitych i ułamkowych w wyrażeniach analitycznych). Studenci będą dyskutować o liczbie rozwiązań takich równań – rozwiązań w liczbach naturalnych i w liczbach całkowitych.		

	Dowiedzą się również o problemie monety Frobeniusa i jego uogólnieniach. Studenci nauczą się rozwiązywać liniowe niejednorodne równania diofantyczne w Excelu za pomocą funkcji Solver z ograniczeniami (lub innego oprogramowania do arkuszy kalkulacyjnych) lub rozwiązywać takie równania za pomocą aplikacji internetowej. Studenci nauczą się również konstruować modele matematyczne problemów z zakresu chemii (równoważenie równań chemicznych), fizyki lub inżynierii (przepływy sieciowe), przedsiębiorczości (problemy biznesowe) oraz problemów życia codziennego z liniowymi niejednorodnymi równaniami diofantynowymi dwóch lub więcej zmiennych.
Współtwórcy, Partnerzy	<i>(Opcjonalnie) Zawodowy inżynier sieciowy.</i>
Streszczenie - Streszczenie	<i>Kurs rozpoczyna się od matematycznej teorii liniowych równań diofantycznych. Nauczyciel matematyki przypomina podstawy teorii liczb (z 5 klasy) – zasady podzielności i euklidesowy algorytm znajdowania największego wspólnego dzielnika (gcd) dwóch dodatnich liczb całkowitych. Nauczyciel matematyki może rozpocząć wprowadzanie nowego materiału od postawienia uczniom prostego problemu z życia codziennego, który można modelować za pomocą liniowego, niejednorodnego równania diofantycznego dwóch zmiennych. Nauczyciel prowadzi uczniów przez tworzenie modelu i znajdowanie rozwiązań uzyskanego równania. Uczniowie używają reguł podzielności, aby rozwiązać równanie. Następnie nauczyciel matematyki zapoznaje uczniów z pojęciem "równanie diofantyczne", a w szczególności z liniowymi równaniami diofantynowymi dwóch zmiennych ($ax + by = c$) oraz podkreśla różnice między równaniem liniowym jednej zmiennej a niezdefiniowanym równaniem wielozmiennym. Nauczyciel matematyki zapoznaje uczniów z podstawowymi metodami rozwiązywania liniowych niejednorodnych równań diofantynowych: za pomocą reguł podzielności, za pomocą rozszerzonego algorytmu euklidesowego do znalezienia konkretnego rozwiązania, a następnie zapisania wzorów na rozwiązanie ogólne oraz za pomocą metody podstawiania Eulera. Omawia ze studentami konieczny i wystarczający warunek, aby takie równanie miało rozwiązania całkowite, liczbę rozwiązań całkowitych oraz liczbę rozwiązań w liczbach naturalnych (ogranicza się do zmiennych wyrażonych nierównościami liniowymi). Nauczyciel matematyki pokazuje również, jak rozwiązać liniowe równanie diofantyczne złożone z więcej niż dwóch zmiennych. Nauczyciel matematyki zapoznaje również uczniów z problemem monety Frobeniusa i jego uogólnieniami. Bardziej zaawansowanym i dociekliwym uczniom nauczyciel matematyki może wyjaśnić związek między liniowymi równaniami diofantynowymi a kongruencjami, tj. jak takie równanie można wyrazić w postaci kongruencji liniowej. Nauczyciel matematyki może również wyjaśnić, w jaki sposób liniowe równania diofantyczne można zastosować do prostych problemów w kryptografii.</i> <i>Następnie nauczyciel informatyki zapoznaje uczniów z metodami, które można wykorzystać do rozwiązywania liniowych niejednorodnych równań diofantycznych w programie Excel.</i> <i>Nauczyciel chemii wyjaśnia uczniom, jak zrównoważyć równanie chemiczne, które wyraża reakcję chemiczną, i wspólnie z nauczycielem matematyki wyjaśnia, jak zastosować liniowe niejednorodne równania diofantynowe do zrównoważenia równania chemicznego.</i>

Referencje,
podziękowania

Nauczyciel fizyki (inżynierii) zapoznaje uczniów z sieciami i przepływami sieciowymi. Opcjonalnie administracja szkoły może zaprosić inżyniera (sieci), aby zapoznać uczniów z sieciami i problemami związanymi z przepływem sieci. Nauczyciel matematyki i nauczyciel fizyki wyjaśniają uczniom, w jaki sposób można wykorzystać liniowe równania diofantyczne do modelowania przepływu w sieci.

Nauczyciel przedsiębiorczości stawia uczniom problemy biznesowe, które można modelować za pomocą liniowych niejednorodnych równań diofantynowych. Uczniowie mogą rozwiązywać otrzymane równania albo ręcznie, korzystając z metod z lekcji matematyki, albo w arkuszu kalkulacyjnym.

Praca nad tematem trwa 10 godzin.

Diofantos z Aleksandrii

<https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Strick/diophantus.pdf>

Alfred S. Posamentier, Robert Geretschläger, Charles Li i Christian Spreitzer, Radość matematyki: cuda, nowości i zaniedbane klejnoty, które rzadko są nauczane na lekcjach matematyki, Prometheus Books, 2017, ISBN 9781633882980.

Elizabeth Mauch i Yixun Shi, Zastosowanie liniowych równań diofantycznych w nauczaniu myślenia matematycznego, Matematyka i Edukacja Komputerowa, tom 37, wyd. 2, (wiosna 2003): 240-247.

Titu Andreescu, Ion Cucurezeanu, Dorin Andrica, Wprowadzenie do równań diofantycznych, Birkhauser, 2010, ISBN 978-0-8176-4548-9.

Titu Andreescu, Dorin Andrica, Teoria liczb – struktury, przykłady i problemy, Birkhauser, 2009, ISBN: 978-0-8176-3245-8.

Lupu Costică. Metody rozwiązywania równań diofantynowych w szkołach średnich w Rumunii. Science Journal of Education, tom 2, nr 1, 2014, s. 22-32. doi: 10.11648/j.sjedu.20140201.14.

<https://sites.millersville.edu/bikenaga/number-theory/linear-diophantine-equations/linear-diophantine-equations.html>

Teoria liczb – równania diofantyczne

<https://www.math.utoronto.ca/beni/putnam/2020/2020-NT-diophantine-equations.pdf>

Jeffrey Shallit, Problem Frobeniusa i jego uogólnienia, <https://cs.uwaterloo.ca/~shallit/Talks/frob14.pdf>

Matthias Beck, Jak zmienić monety, M&M's lub bryłki kurczaka: liniowy problem diofantynowy Frobeniusa, Rozdział w zasobach do nauczania matematyki dyskretnej w projektach klasowych, modułach historycznych i artykułach, s. 65 - 74

DOI: <https://doi.org/10.5948/UPO9780883859742.011>.

<https://matthbeck.github.io/papers/frobprojects.pdf>

Nadeem Aslam, Jay Villanueva, Rozwiązywanie problemów diofantynowych za

pomocą Excela

<https://www.pearson.com/content/dam/one-dot-com/one-dot-com/us/en/files/ICTCM20-Proceedings-Aslam-Villanueva.pdf>

DR. R.ANBUSELVI, J.SIVASANKARI, Zastosowania równań diofantynowych w równaniach chemicznych, JETIR czerwiec 2019, tom 6, wydanie 6, 371-373.

Deepinder Kaur, Meenal Sambhor, Równania diofantyczne i ich zastosowania w prawdziwym życiu, International Journal of Mathematics i jego zastosowania

Tom 5, zeszyt 2-B (2017), 217-222, ISSN: 2347-1557.

Rania. B. M. Amer, Analiza matematyczna liniowych równań diofantycznych z dwiema i trzema zmiennymi oraz jej zastosowania, The Egyptian International Journal of Engineering Sciences and Technology, Vol. 42 (2023) 23–28,

DOI: 10.21608/eijest.2022.164811.1185.

Mark Kenneth C. Engcot, Kryptografia przy użyciu liniowego równania diofantynowego, International Journal of Recent Research in Mathematics Computer Science and Information Technology, tom 9, wydanie 1, s: (28-33), miesiąc: kwiecień 2022-wrzesień 2022.

R. Radha, G. Janaki, Zastosowania równań diofantynowych w reakcjach chemicznych i kryptografii, Turkish Journal of Computer and Mathematics Education, Vol.12No.7 (2021), 3175-3178.

Kongruencje i liniowe równania diofantyczne

HTTPS://math.librarytexts.org/bookshelves/combinatorics_and_discrete_mathematics/et_ontherer_introduutory_number_theory_textbook_-_cryptology_mphasis_ptz/02%3a_congruence/2.02%3a_linear_congruence

David C. Lay, Algebra liniowa i jej zastosowania, wydanie 3, Pearson's Publishing House, 2002.

2. Ramy AKADEMII STEAM*

Współpraca nauczycieli

Nauczyciel 1: Nauczyciel matematyki – wyjaśnia matematyczną teorię liniowych niejednorodnych równań diofantycznych dwóch i więcej zmiennych, metody znajdowania ich rozwiązań oraz ich zastosowanie do modelowania i rozwiązywania codziennych problemów. Zapoznaje uczniów z problemem monety Frobeniusa.

Nauczyciel 2: Nauczyciel informatyki – wyjaśnia uczniom, w jaki sposób można rozwiązać liniowe niejednorodne równania diofantyczne w arkuszach kalkulacyjnych MS Excel lub innym podobnym oprogramowaniu. Zapoznaje uczniów z aplikacjami internetowymi do rozwiązywania takich równań.

Nauczyciel 3: Nauczyciel chemii – Wyjaśnia uczniom teorię równań chemicznych i jak zrównoważyć równanie chemiczne.

Nauczyciel 4: Nauczyciel fizyki (inżynierii) – uczy uczniów o sieciach i przepływach sieciowych.

Nauczyciel 5: Nauczyciel przedsiębiorczości – zapoznaje uczniów z problemami

	<i>biznesowymi, które mogą być modelowane i rozwiązywane za pomocą liniowych równań diofantynowych.</i>
Organizacja STEAME w Życiu (SiL)	<i>(Opcjonalnie) Administracja szkoły może zorganizować spotkanie z inżynierem sieci, który może zostać zaproszony do wyjaśnienia uczniom, w jaki sposób modelowane i rozwiązywane są problemy związane z przepływem sieci.</i>
Formułowanie planu działania	Krok 1. Zdobywanie teoretycznej wiedzy matematycznej. Studenci zapoznają się z matematyczną teorią liniowych niejednorodnych równań diofantycznych oraz metodami znajdowania ich rozwiązań. Krok 2. Nabycie umiejętności obsługi komputera. Studenci uczą się, jak używać Excela lub innego oprogramowania do arkuszy kalkulacyjnych do rozwiązywania liniowych równań diofantycznych. Krok 3. Modelowanie i aplikacje. Studenci dowiadują się, w jaki sposób można modelować i rozwiązywać problemy z zakresu chemii (równoważenie równań chemicznych), fizyki lub inżynierii (przepływy w sieciach) oraz przedsiębiorczości (biznes) za pomocą liniowych równań diofantynowych. Krok 4. Prezentacja projektu końcowego i ocena. Każdy uczeń wybiera jeden lub więcej z rozważanych obszarów zastosowań liniowych równań diofantynowych – chemię, inżynierię, biznes lub życie codzienne i rozwiązuje problem w tym obszarze (lub obszarach) poprzez modelowanie go za pomocą liniowego równania diofantynowego. Każdy uczeń rozwiązuje otrzymane równanie ręcznie, korzystając z jednej z metod poznanych na lekcjach matematyki oraz za pomocą arkusza kalkulacyjnego (lub aplikacji internetowej). Uczniowie przygotowują prezentację z problemem, nad którym pracowali i jego rozwiązaniem, a następnie prezentują swoje projekty przed nauczycielami i kolegami z klasy. Każdy nauczyciel stosuje metodologię poziomu oceniania, czyli ocenia wiedzę, umiejętności analityczne oraz umiejętności prezentacyjne i komunikacyjne uczniów.

* w trakcie opracowywania końcowe elementy ram

3. Cele i metodologia

Cele i zadania nauczania	Po ukończeniu szkolenia kursanci powinni znać: - Co to jest równanie diofantyczne. - Czym jest liniowe równanie diofantyczne. Dwa podstawowe typy liniowych równań diofantycznych – jednorodne i niejednorodne oraz gdy niejednorodne liniowe równanie diofantyczne jest rozwiązywalne w liczbach całkowitych. - Jakie metody są używane do rozwiązywania liniowych niejednorodnych równań diofantynowych. - Jak liniowe niejednorodne równania diofantyczne są rozwiązywane w dodatnich liczbach całkowitych w Excelu lub innym programie do obsługi arkuszy kalkulacyjnych. - Jak liniowe niejednorodne równania diofantyczne mogą być
--------------------------	--

Efekty uczenia się i oczekiwane rezultaty	wykorzystywane do modelowania problemów w naukach przyrodniczych, inżynierii, biznesie i życiu codziennym. <i>Studenci posiadą wiedzę na temat metod stosowanych do rozwiązywania liniowych równań diofantycznych i będą potrafili rozwiązywać takie równania ręcznie oraz przy pomocy programu MS Excel. Studenci będą potrafili modelować proste problemy w chemii, inżynierii, biznesie i życiu codziennym za pomocą liniowych niejednorodnych równań diofantynowych dwóch lub więcej zmiennych.</i> Po ukończeniu lekcji uczniowie będą potrafili: - Zrozumienie i wyjaśnienie podstawowych metod rozwiązywania liniowych równań diofantynowych. - Do rozwiązywania liniowych równań diofantynowych w arkuszu kalkulacyjnym, takim jak MS Excel. - Modelowanie problemów w chemii (równoważenie równań chemicznych), inżynierii sieci (przepływy w sieciach), biznesie i życiu codziennym za pomocą liniowego niejednorodnego równania diofantycznego dwóch lub więcej zmiennych.
Wcześniejsza wiedza i wymagania wstępne	Studenci powinni być w stanie: - Do rozwiązywania równań liniowych i nierówności liniowych jednej zmiennej. - Posiadanie wiedzy na temat reguł podzielności i umiejętność znajdowania największego wspólnego dzielnika gcd dwóch dodatnich liczb całkowitych za pomocą algorytmu euklidesowego. - Posiadanie podstawowej wiedzy na temat korzystania z arkusza kalkulacyjnego, takiego jak MS Excel (format danych, wprowadzanie danych itp.). - Przygotowanie prezentacji (.ppt lub w innym formacie) i zaprezentowanie jej publiczności. Oczekiwane efekty: - Lepsze i głębsze zrozumienie zasad matematyki i wiedzy matematycznej. - Rozwijanie umiejętności analitycznych poprzez modelowanie za pomocą równań wielowymiarowych i stosowanie różnych metod uzyskiwania ich rozwiązań. - Rozwijanie umiejętności obsługi komputera poprzez korzystanie z arkusza kalkulacyjnego do rozwiązywania równań. - Lepsze zrozumienie, w jaki sposób matematyka jest stosowana w innych naukach, inżynierii, biznesie oraz że wiedza matematyczna jest niezbędna do rozwiązywania codziennych problemów.
Motywacja, Metodologia, Strategie, Rusztowania	<i>Jednym z głównych zadań tego kursu jest rozwijanie umiejętności analitycznych uczniów poprzez nauczanie ich, jak modelować i rozwiązywać problemy z wielowymiarowymi równaniami liniowymi. Lekcje te mają na celu poszerzenie wiedzy matematycznej i krytycznego myślenia uczniów oraz podkreślenie ważnej roli, jaką matematyka odgrywa w innych naukach, inżynierii, biznesie i życiu</i>

codziennym. Innym ważnym celem tych lekcji jest dalszy rozwój umiejętności komputerowych uczniów poprzez nauczanie ich, jak rozwiązywać liniowe równania diofantyczne w dodatnich liczbach całkowitych za pomocą arkusza kalkulacyjnego. Stosowane metody obejmują realizację interdyscyplinarnych powiązań pomiędzy matematyką, naukami przyrodniczymi (chemia), inżynierią i przedsiębiorczością (biznes).

4. Przygotowanie i środki

Przygotowanie, ustawienie przestrzeni, wskazówki dotyczące rozwiązywania problemów

W początkowym okresie nauczycielem prowadzącym jest nauczyciel matematyki, który prezentuje wiedzę teoretyczną na temat liniowych równań diofantycznych, podstawowe metody znajdowania ich rozwiązań oraz zastosowania w codziennych problemach. Daje uczniom różne problemy i ułatwia im znalezienie właściwych rozwiązań. W kolejnym etapie nauczyciel informatyki wyjaśnia uczniom, jak rozwiązywać liniowe równania diofantyczne w arkuszach kalkulacyjnych, takich jak MS Excel. Następnie nauczyciel chemii, nauczyciel fizyki lub inżynierii oraz nauczyciel przedsiębiorczości stawiają uczniom zadania z ich przedmiotu, które mogą być modelowane za pomocą liniowych równań diofantynowych. Uczniowie, pod kierunkiem nauczyciela matematyki i informatyki, modelują problem za pomocą poprawnego równania i rozwiązują go. Wszyscy nauczyciele (każdy zgodnie ze swoimi kompetencjami) współpracują z uczniami w rozwiązywaniu ich problemów, pokazując w ten sposób interdyscyplinarny charakter uczenia się opartego na projektach.

Wykorzystywane są źródła instruktażowe, materiały cyfrowe i papierowe wraz z powiązanymi odniesieniami potrzebnymi do realizacji planu nauczania.

Zasoby, narzędzia, materiały, załączniki, sprzęt

Uczniowie pracują w klasie i w pracowni komputerowej, zdobywając przy tym nową wiedzę i umiejętności. Dyskutują razem jako zespół w centrum STEAM lub innym bezpiecznym środowisku ze swoimi nauczycielami. Nauczyciele powinni dysponować odpowiednimi zasobami edukacyjnymi, takimi jak prezentacje, filmy, praktyczne przykłady itp. Oto niektóre materiały i filmy, które można wykorzystać do wstępnej motywacji uczniów do tego tematu:

- Liniowe równania diofantynowe, rozdział w: *The Heritage of Thales* W.S. Anglin, J. Lambek, Springer, 1995.
- https://math.libretexts.org/Courses/Mount_Royal_University/MATH_2150%3A_Higher_Arithmetic/5%3A_Diophantine_Equations/5.1%3A_Linear_Diophantine_Equations
- <https://www.math.uwaterloo.ca/~zcramer/MathCircles/LDE1Problems.pdf>
- <https://www.math.uwaterloo.ca/~zcramer/MathCircles/LDE2Problems.pdf>

Nauczyciele korzystają również z odnośników znajdujących się na pierwszej stronie tego planu, a także:

- Platformy komunikacji i współpracy - Google Meet, Google Classroom, Zoom, Skype itp.

Zdrowie i bezpieczeństwo	● Platforma e-learningowa - Google classroom, Moodle itp. <i>Uczniowie i nauczyciele pracują w zdrowym i bezpiecznym środowisku.</i>
--------------------------	--

5. Wdrożenie

Zajęcia instruktażowe, procedury, refleksje	<i>Plan ten jest opracowywany z naciskiem na zajęcia z matematyki, informatyki, chemii, fizyki lub inżynierii, przedsiębiorczości lub w klubie zainteresowań STEAME. Obejmuje tematykę studiów:</i> -Matematyka -Chemia - Fizyka lub inżynieria -ONO -Przedsiębiorczość - Umiejętności prezentacyjne i komunikacyjne <i>Nauczyciele planują swoje działania w środowisku Google, korzystając z Kalendarza Google i Google Classroom w ramach programu nauczania. Studenci są aktywnie zaangażowani poprzez praktyczne doświadczenie i badania prowadzone jako samodzielna praca, którą można omówić na zajęciach.</i> <i>Jest 10 godzin nauki opartych na 40-minutowej lekcji. Wszystkie zajęcia odbywają się raz w tygodniu z programem nauczania przez 10 kolejnych tygodni.</i> - 4 godziny na matematyczną teorię liniowych niejednorodnych równań diofantycznych, rozwiązywanie codziennych problemów - 2 godziny na wykorzystanie IT do rozwiązywania liniowych niejednorodnych równań diofantynowych w Excelu lub innym arkuszu kalkulacyjnym - 1 godzina na równoważenie równań chemicznych z liniowymi niejednorodnymi równaniami diofantynowymi - 1 godzina w przypadku problemów związanych z przepływami sieciowymi (opcjonalnie w tym spotkanie z inżynierem sieci, który jest zaproszony do udziału w lekcji) - 1 godzina na modelowanie problemów biznesowych - 1 godzina na prezentację projektów studenckich
Ocena - Ewaluacja	<i>Prezentacja wyników końcowych odbywa się przed nauczycielami i kolegami z klasy, gdzie każdy uczeń prezentuje rozwiązany przez siebie problem i zastosowane metody. Każda prezentacja jest oceniana przez lektorów. Kluczowymi czynnikami są: wiedza teoretyczna studenta, głęboka wiedza, umiejętność analitycznego myślenia, zastosowanie pojęć teoretycznych,</i>

umiejętności komunikacyjne i prezentacyjne.

Prezentacja -
Raportowanie -
Udostępnianie

Wszystkie prezentacje z efektami pracy są umieszczane na stronie internetowej szkoły, a informacje publikowane są w mediach społecznościowych. Projekty mogą być dalej rozwijane w studia przypadków, a studenci i nauczyciele mogą je wykorzystywać na swoich zajęciach jako materiały dydaktyczne i/lub być dalej rozwijane jako indywidualne projekty.

*Rozszerzenia - Inne
informacje*

STEAME ACADEMY Prototyp/Przewodnik po podejściu do nauki i kreatywności
Formułowanie planu działania

Główne kroki w podejściu do uczenia się STEAME:

ETAP I: Przygotowanie przez jednego lub więcej nauczycieli

1. Sformułowanie wstępnych przemyśleń na temat sektorów/obszarów tematycznych, które mają być objęte:

Liniowe równania diofantyczne są ważnym i dobrze zbadanym problemem w teorii liczb (nazywanej królową matematyki). Korzenie teorii liczb sięgają pierwszych uczonych, kiedy matematycy zaczęli badać podstawowe właściwości liczb w starożytnym Egipcie, Babilonie, Grecji itd. Pierwszymi matematykami, którzy badali teorię liczb w starożytnej Grecji, byli członkowie szkoły Pitagorasa. Ich dziedzictwo było dalej rozwijane przez uczonych, takich jak Euklides i Diofantos z Aleksandrii, który jest znany jako "ojciec algebry". Uczniowie zapoznają się z podstawowymi elementami teorii liczb, takimi jak reguły podzielności i euklidesowy algorytm znajdowania gcd, na wczesnych etapach edukacji szkolnej. Z drugiej strony, różnorodne problemy życia codziennego i biznesu, a także problemy z zakresu nauk przyrodniczych i inżynierskich są modelowane za pomocą układów równań liniowych, które można sprowadzić do liniowego równania diofantycznego dla dwóch lub więcej zmiennych. Uprozczone wersje takich problemów mogą być wykorzystane do zademonstrowania uczniom klas 6 i 7 różnorodnych zastosowań liniowych niejednorodnych równań diofantycznych. Celem jest stworzenie interdyscyplinarnych powiązań między matematyką z jednej strony, a chemią, fizyką lub inżynierią i przedsiębiorczością z drugiej.

2. Angażowanie świata szeroko pojętego środowiska / pracy / biznesu / rodziców / społeczeństwa / środowiska / etyki:

Można zaprosić profesjonalnego inżyniera sieci, aby wyjaśnił studentom, w jaki sposób problemy przepływu sieci są modelowane za pomocą równań liniowych.

3. Docelowa grupa wiekowa uczniów - Powiązanie z oficjalnym programem nauczania - Wyznaczanie celów i zadań

Tematyka przeznaczona jest dla uczniów klas 6-7 szkoły ponadpodstawowej. Na lekcjach matematyki, w 5 klasie (w bułgarskich szkołach), uczniowie najpierw uczą się podstaw teorii liczb – reguł podzielności i algorytmu euklidesowego dla gcd. W 6 klasie uczniowie po raz pierwszy spotykają się z terminem równanie i uczą się, jak rozwiązywać równania liniowe jednej niezwanej zmiennej oraz jak używać takich równań do modelowania problemów w różnych obszarach. Poznają liczbę całkowitą q . Na lekcjach informatyki 6-klasiści uczą się podstaw MS Excel, na lekcjach chemii – jak wyrazić reakcję chemiczną za pomocą równania chemicznego, a na lekcjach z technologii i przedsiębiorczości – jak rozwiązywać proste problemy biznesowe i finansowe. O nierównościach liniowych dotyczących jednej niewiadomej uczy się w 7 klasie bułgarskiej szkoły średniej. Celem tych lekcji jest poszerzenie wiedzy na temat równań liniowych poprzez nauczenie uczniów klas 6 i 7 równań liniowych obejmujących dwie lub więcej zmiennych, które są rozwiązywane nie w całości z zakresu liczb rzeczywistych, ale tylko w dodatnich liczbach całkowitych (lub nieujemnych). Konstruowanie modeli matematycznych z równaniami wielowymiarowymi jest pomocne w rozwijaniu umiejętności analitycznych uczniów oraz tworzeniu i utrzymywaniu głębszej wiedzy matematycznej i jej związku z innymi przedmiotami. Ponieważ równania diofantyczne są często spotykane w konkursach matematycznych i olimpiadach, włączenie ich do programu nauczania może przynieść korzyści uczniom w przygotowaniu się do udziału w takich konkursach.

4. Organizacja zadań zaangażowanych stron - Wyznaczenie koordynatora - Miejsca pracy itp.

Nauczyciele organizują szkolenia i wspierają pracę uczniów; motywują uczniów i wyznaczają realne zadanie do wykonania; Dyrekcja szkoły wspiera organizację spotkań z inżynierem (opcjonalnie), organizację zajęć pozalekcyjnych pracy, a także prezentację wyników odpowiedniej publiczności. Nauczyciel matematyki może pełnić rolę koordynatora. Miejsca pracy, które mają być wykorzystywane, to sala lekcyjna i pracownia komputerowa.

ETAP II: Opracowanie planu działania (kroki 1-18)

Przygotowanie (przez nauczycieli)

1. Stosunek do świata realnego – refleksja

Problemy równoważenia reakcji chemicznych, projektowania sieci (przepływ sieci), kryptografii, przedsiębiorczości (biznesu) i życia codziennego można modelować i rozwiązywać za pomocą liniowych niejednorodnych równań diofantynowych.

2. Motywacja – Motywacja

Nauczyciel matematyki zapoznaje uczniów z teorią liniowych równań diofantycznych i metodami znajdowania ich rozwiązań. Nauczyciel matematyki posługuje się głównie przykładami z życia codziennego. Nauczyciel chemii, fizyki (lub inżynierii) i nauczyciel przedsiębiorczości stawiają uczniom problemy z ich przedmiotów, które mogą być modelowane za pomocą liniowych równań diofantycznych. Nauczyciel informatyki wyjaśnia uczniom, w jaki sposób można rozwiązać takie równania za pomocą arkuszy kalkulacyjnych. Uczniów motywują rzeczywiste problemy, które powinni rozwiązać, stosując wiedzę matematyczną.

3. Sformułowanie problemu (ewentualnie w etapach lub fazach) wynikającego z powyższego

Uczniowie są najpierw wprowadzani do codziennego problemu przez nauczyciela matematyki, który może być modelowany za pomocą liniowego niejednorodnego równania diofantycznego dwóch zmiennych. Nauczyciel matematyki pomaga uczniom w konstruowaniu modelu i rozwiązywaniu dodatnich liczb całkowitych uzyskanego równania z wykorzystaniem wiedzy o regułach podzielności. Następnie nauczyciel matematyki zaczyna od nowej wiedzy na temat tego, czym jest liniowe równanie diofantyczne i jakimi metodami można je rozwiązać.

Rozwój (przez uczniów) – Poradnictwo i ocena (w 9-11, przez nauczycieli)

4. Tworzenie tła - wyszukiwanie / zbieranie informacji:

Nowa wiedza stosowana przy rozwiązywaniu problemów. Uczniowie są zachęceni do samodzielnego poszukiwania informacji w Internecie i innych źródłach. Studenci wykorzystują te informacje podczas przygotowywania swoich końcowych projektów.

5. Uprość problem — skonfiguruj problem z ograniczoną liczbą wymagań

Zadanie jest jasno określone i zawiera niezbędne informacje.

6. Tworzenie obudów - Projektowanie - identyfikacja materiałów do budowy / rozwoju / tworzenia

Zadanie, które otrzymują uczniowie, jest jasno określone.

7. Budownictwo - Workflow - Realizacja projektów

Szkolenie wprowadzające z odpowiednimi przykładami - Stawianie realnego problemu - Dodatkowe szkolenie - Znalezienie rozwiązania problemu - Prezentacja wyników

8. Obserwacja-eksperymentowanie - wstępne wnioski

Uczniowie rozwiązują zadania z zakresu chemii, inżynierii, biznesu, kryptografii i życia codziennego, kierując się nauczycielem matematyki i informatyki. Uczą się, jak modelować takie problemy za pomocą liniowych równań diofantycznych i jak rozwiązywać je ręcznie za pomocą nowych metod, których się nauczyli, a także z pomocą IT, w arkuszu kalkulacyjnym, takim jak MS Excel.

9. Dokumentacja - Wyszukiwanie Obszarów Tematycznych (dziedzin AI) związanych z badanym tematem – Wyjaśnienie oparte na istniejących teoriach i/lub wynikach empirycznych

Studenci posiadają niezbędne informacje teoretyczne i przykłady.

10. Zbieranie wyników/informacji na podstawie punktów 7, 8, 9

Na każdym kroku nauczyciele informują o postępach uczniów.

11. Pierwsza prezentacja grupowa studentów

Studenci prezentują wyniki swojej pracy w formie .ppt lub innej prezentacji.

- 12. Konfiguracja modeli STEAME w celu opisanie / przedstawienia / zilustrowania wyników**
13. Studiowanie wyników w 9 i wyciąganie wniosków, korzystając z 12
14. Zastosowania w życiu codziennym - propozycje rozwoju 9 (Przedsiębiorczość - Dni SIL)

Ocena (przez nauczycieli)

- 15. Przejrzyj problem i przejrzyj go w bardziej wymagających warunkach**

Ukończenie projektu (przez uczniów) – Poradnictwo i ocena (przez nauczycieli)

- 16. Powtórz kroki od 5 do 11 z dodatkowymi lub nowymi wymaganiami, jak sformułowano w punkcie 15**
17. Śledztwo - Studia przypadków - Ekspansja - Nowe teorie - Testowanie nowych wniosków
18. Prezentacja wniosków - taktyka komunikacyjna.

ETAP III: AKADEMIA STEAME Działania i współpraca w projektach kreatywnych dla uczniów

Tytuł projektu: Rozwiązywanie problemów z Diophantusem – Modelowanie za pomocą liniowych równań diofantynowych

Krótki opis/zarys ustaleń organizacyjnych / odpowiedzialności za działanie

SCEN A	Działania/Kroki Nauczyciel 1 (T1) Współpraca z T2, T3, T4, T5 i poradnictwo dla uczniów	Działania/Kroki przez studentów Grupa wiekowa: 12-13	Działania/Kroki Nauczyciel 2 (T2) Współpraca z T1, T3, T4, T5 i poradnictwo dla uczniów
A	Przygotowanie kroków 1,2,3		Współpraca w kroku 1,2,3
B	Wskazówki w kroku 9	4,5,6,7,8,9,10	Wskazówki dotyczące pomocy technicznej w kroku 9
C	Ocena kreacji	11	Ocena kreacji
D	Kierowanie	12	Kierowanie
E	Kierowanie	13 (9+12)	Kierowanie
F	Organizacja (SIL) STEAME w życiu	14 Spotkanie z przedstawicielami biznesu	Organizacja (SIL) STEAME w życiu
G	Przygotowanie kroku 15		Współpraca w kroku 15
H	Kierowanie	16 (powtórzenie 5-11)	Wskazówki dotyczące pomocy technicznej
Ja	Kierowanie	17	Wskazówki dotyczące pomocy technicznej
K	Ocena kreacji	18	Ocena kreacji