



Co-funded by  
the European Union



Funded by the European Union. Views and opinions expressed are however those of the author(s) only and do not necessarily reflect those of the European Union or the European Education and Culture Executive Agency (EACEA). Neither the European Union nor EACEA can be held responsible for them.

**STEAME ACADEMY**  
**PLANO DE FACILITAÇÃO DO ENSINO, APRENDIZAGEM E CRIATIVIDADE (Plano A & C)**  
**– PROFESSORES ESTUDANTES DO NÍVEL 1: Resolvendo Problemas com Diofanto**

**S**

**T**

**Eng**

**A**

**M**

**Ent**



## 1. Visão Geral

Título	<b>Resolvendo Problemas com Diofanto – Modelação com equações Diofantinas lineares</b>			
Questão Principal ou Tópico	<i>Quem foi Diofanto de Alexandria e porque é que ele é chamado “o pai da álgebra”? O que é uma equação diofantina? Como se resolvem equações diofantinas lineares? Como podem as equações diofantinas lineares com duas ou mais variáveis ser aplicadas à modelação e resolução de problemas em Química, Física ou Engenharia (fluxos em redes), Empreendedorismo (negócios) e no dia a dia? Como pode a informática ser aplicada à resolução de equações diofantinas lineares?</i>			
Idades, Níveis, ...	12-13 anos	6º - 7º anos		
Duração, Cronograma, Atividades	10 aulas	10 aulas, cada uma com a duração de 40 minutos.	1 aula por semana durante 10 semanas consecutivas	
Alinhamento Curricular	<p>Matemática, Química, Física ou Engenharia, Criptografia, Empreendedorismo, TI (Excel ou outra de folha de cálculo)</p> <p>Um problema importante na Teoria dos Números são as equações diofantinas lineares. Nestes módulos, os alunos vão aprender sobre Diofanto de Alexandria, conhecido como “o pai da Álgebra”, e sobre equações diofantinas lineares. Aprenderão como resolver equações diofantinas lineares (homogéneas e não homogéneas) por diferentes métodos – através de regras de divisibilidade, pelo método de encontrar uma solução particular usando o algoritmo de Euclides alargado para o máximo divisor comum (mdc) e, em seguida, redigindo as fórmulas para a solução geral, bem como usando o método da substituição de Euler (separando partes inteiras e fracionárias em expressões analíticas). Os alunos vão discutir o número de soluções dessas equações – soluções em</p>			

	<p>números naturais e em inteiros. Irão ainda aprender sobre o problema da moeda de Frobenius e as suas generalizações. Vão também aprender a resolver equações diofantinas lineares não homogéneas em Excel, usando a função Solver com restrições (ou outro software de folha de cálculo) ou resolver tais equações através de aplicações Web. Além disso, vão aprender a construir modelos matemáticos de problemas em Química (equilíbrio de equações químicas), Física ou Engenharia (fluxos em redes), Empreendedorismo (problemas de negócios) e situações do dia a dia usando equações diofantinas lineares não homogéneas de duas ou mais variáveis.</p>
Colaboradores, Parceiros	(Opcional) Um engenheiro de redes profissional.
Resumo - Sinopse	<p><i>O curso começa com a teoria matemática das equações diofantinas lineares. O professor de Matemática recorda noções básicas de Teoria dos Números (desde o 5.º ano) – regras de divisibilidade e o algoritmo de Euclides para encontrar o máximo divisor comum (mdc) de dois inteiros positivos. O professor de Matemática pode introduzir o novo material, apresentando aos alunos um problema simples da vida quotidiana que possa ser modelado por uma equação diofantina linear não homogénea de duas variáveis. O professor orienta os alunos na criação do modelo e na procura de soluções para a equação obtida. Os alunos usam regras de divisibilidade para resolver a equação. Depois, o professor de Matemática apresenta aos alunos o conceito de “equação diofantina”, em particular as equações diofantinas lineares de duas variáveis (<math>ax + by = c</math>), salientando as diferenças entre uma equação linear de uma variável e outra multivariável indefinida. Em seguida, introduz os métodos básicos para resolver equações diofantinas lineares não homogéneas: usando regras de divisibilidade, usando o algoritmo de Euclides alargado para encontrar uma solução particular e, depois, escrever as fórmulas para a solução geral, e pelo método da substituição de Euler. Discute com os alunos a condição necessária e suficiente para uma equação ter soluções inteiras, o número de soluções inteiras e o número de soluções em números naturais (restrições nas variáveis expressas por desigualdades lineares). Também mostra como resolver uma equação diofantina linear com mais de duas variáveis. O professor de Matemática introduz o problema da moeda de Frobenius e as suas generalizações. Para os alunos mais avançados e curiosos, pode explicar a relação entre equações diofantinas lineares e congruências, isto é, como a equação pode ser expressa na forma de uma congruência linear. Pode ainda mostrar como as equações diofantinas lineares podem ser aplicadas a problemas simples em criptografia.</i></p> <p><i>De seguida, o professor de Informática (TI) apresenta métodos que podem ser usados para resolver equações diofantinas lineares não homogéneas no Excel.</i></p> <p><i>O professor de Química explica como acertar uma fórmula química que expressa uma reação química e, em conjunto com o professor de Matemática, mostra como aplicar equações diofantinas lineares não homogéneas para efetuar esse acerto.</i></p> <p><i>O professor de Física (ou Engenharia) introduz os alunos aos conceitos de redes e fluxos em redes. Opcionalmente, a escola pode convidar um engenheiro (de redes) para mostrar aos alunos como funcionam as redes e como se resolvem problemas de fluxo em rede. O professor de Matemática e o de Física explicam</i></p>

	<p><i>como as equações diofantinas lineares podem modelar um fluxo numa rede.</i></p> <p><i>O professor de Empreendedorismo apresenta aos alunos problemas de negócios que podem ser modelados através de equações diofantinas lineares não homogéneas. Os alunos podem resolver as equações obtidas manualmente, usando os métodos das aulas de Matemática, ou num software de folha de cálculo.</i></p> <p><i>O trabalho sobre o tema dura 10 horas.</i></p>
Referências, Agradecimentos	<p>Diophantus of Alexandria</p> <p><a href="https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Strick/diophantus.pdf">https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Strick/diophantus.pdf</a></p> <p>Alfred S. Posamentier, Robert Geretschläger, Charles Li, and Christian Spreitzer, The Joy of Mathematics: Marvels, Novelties, and Neglected Gems That Are Rarely Taught in Math Class, Prometheus Books, 2017, ISBN 9781633882980.</p> <p>Elizabeth Mauch and Yixun Shi, Application of linear Diophantine equations in teaching mathematical thinking, Mathematics and Computer Education, Vol. 37, Iss. 2, (Spring 2003): 240-247.</p> <p>Titu Andreescu, Ion Cucurezeanu, Dorin Andrica, An Introduction to Diophantine Equations, Birkhauser, 2010, ISBN 978-0-8176-4548-9.</p> <p>Titu Andreescu, Dorin Andrica, Number Theory – Structures, Examples, and Problems, Birkhauser, 2009, ISBN: 978-0-8176-3245-8.</p> <p>Lupu Costică. Methods of Solving Diophantine Equations in Secondary Education in Romania. Science Journal of Education, Vol. 2, No. 1, 2014, pp. 22-32. doi: 10.11648/j.sjedu.20140201.14.</p> <p><a href="https://sites.millersville.edu/bikenaga/number-theory/linear-diophantine-equations/linear-diophantine-equations.html">https://sites.millersville.edu/bikenaga/number-theory/linear-diophantine-equations/linear-diophantine-equations.html</a></p> <p>Number theory – Diophantine equations</p> <p><a href="https://www.math.utoronto.ca/beni/putnam/2020/2020-NT-diophantine-equations.pdf">https://www.math.utoronto.ca/beni/putnam/2020/2020-NT-diophantine-equations.pdf</a></p> <p>Jeffrey Shallit, The Frobenius Problem and Its Generalizations, <a href="https://cs.uwaterloo.ca/~shallit/Talks/frob14.pdf">https://cs.uwaterloo.ca/~shallit/Talks/frob14.pdf</a></p> <p>Matthias Beck, How to change coins, M&amp;M's, or chicken nuggets: the linear Diophantine problem of Frobenius, Chapter in Resources for Teaching Discrete Mathematics Classroom Projects, History Modules, and Articles , pp. 65 - 74</p> <p>DOI: <a href="https://doi.org/10.5948/UPO9780883859742.011">https://doi.org/10.5948/UPO9780883859742.011</a>.</p> <p><a href="https://matthbeck.github.io/papers/frobprojects.pdf">https://matthbeck.github.io/papers/frobprojects.pdf</a></p> <p>Nadeem Aslam, Jay Villanueva, Solving Diophantine problems by Excel</p> <p><a href="https://www.pearson.com/content/dam/one-dot-com/one-dot-com/us/en/files/ICTCM20-Proceedings-Aslam-Villanueva.pdf">https://www.pearson.com/content/dam/one-dot-com/one-dot-com/us/en/files/ICTCM20-Proceedings-Aslam-Villanueva.pdf</a></p> <p>DR.R.ANBUSELVI, J.SIVASANKARI, Applications of Diophantine equations in chemical equations, JETIR June 2019, Volume 6, Issue 6, 371-373.</p> <p>Deepinder Kaur, Meenal Sambhor, Diophantine Equations and its Applications</p>

in Real Life, International Journal of Mathematics And its Applications

Volume 5, Issue 2-B (2017), 217-222, ISSN: 2347-1557.

Rania. B. M. Amer, The Mathematical Analysis of Linear Diophantine Equations with Two and Three Variables and Its Applications, The Egyptian International Journal of Engineering Sciences and Technology, Vol. 42 (2023) 23–28,

DOI: 10.21608/ejest.2022.164811.1185.

Mark Kenneth C. Engcot, Cryptography Using Linear Diophantine Equation, International Journal of Recent Research in Mathematics Computer Science and Information Technology, Vol. 9, Issue 1, pp: (28-33), Month: April 2022-September 2022.

R. Radha, G. Janaki, Applications Of Diophantine Equations In Chemical Reactions And Cryptography, Turkish Journal of Computer and Mathematics Education, Vol.12No.7 (2021), 3175-3178.

Congruencies and linear Diophantine equations

[https://math.libretexts.org/Bookshelves/Combinatorics\\_and\\_Discrete\\_Mathematics/Yet\\_Another\\_Introductory\\_Number\\_Theory\\_Textbook\\_-Cryptology\\_Emphasis\\_\(Poritz\)/02%3A\\_Congruences/2.02%3A\\_Linear\\_Congruences](https://math.libretexts.org/Bookshelves/Combinatorics_and_Discrete_Mathematics/Yet_Another_Introductory_Number_Theory_Textbook_-Cryptology_Emphasis_(Poritz)/02%3A_Congruences/2.02%3A_Linear_Congruences)

David C. Lay, Linear Algebra and its Applications, 3rd Edition, Pearson's Publishing House, 2002.

## 2. STEAME ACADEMY Framework\*

Cooperação entre Professores

**Professor 1:** O Professor de Matemática – explica a teoria matemática das equações diofantinas lineares não homogéneas de duas (ou mais) variáveis, os métodos para encontrar as soluções e como aplicá-las para modelar e resolver problemas do dia a dia. Apresenta aos alunos o problema da moeda de Frobenius.

**Professor 2:** Professor de Informática (TI) – explica aos alunos como se podem resolver equações diofantinas lineares não homogéneas no MS Excel ou outro software de folha de cálculo semelhante. Mostra aplicações web para resolver tais equações.

**Professor 3:** O Professor de Química – explica aos alunos a teoria das equações químicas e como acertar uma fórmula química.

**Professor 4:** O Professor de Física (ou Engenharia) – ensina aos alunos sobre redes e fluxos em redes.

**Professor 5:** O Professor de Empreendedorismo – apresenta aos alunos problemas de negócios que podem ser modelados e resolvidos através de equações diofantinas lineares.

Organização STEAME in Life (SiL)

(Opcional) A administração da escola pode organizar um encontro com um engenheiro de redes, convidado para explicar aos alunos como problemas de

*fluxo em redes são modelados e resolvidos.*

#### Etapas do Plano de Ação

**Passo 1. Aquisição de conhecimento teórico matemático.** Os alunos aprendem a teoria matemática das equações diofantinas lineares não homogéneas e métodos para encontrar as suas soluções.

**Passo 2. Aquisição de competências informáticas.** Os alunos aprendem a usar o Excel ou outro software de folha de cálculo para resolver equações diofantinas lineares.

**Passo 3. Modelação e aplicações.** Os alunos aprendem como problemas em Química (acerto de equações químicas), Física ou Engenharia (fluxos em redes) e Empreendedorismo (negócios) podem ser modelados e resolvidos por equações diofantinas lineares não homogéneas.

**Passo 4. Apresentação do projeto final e avaliação.** Cada aluno escolhe uma ou mais das áreas de aplicação das equações diofantinas lineares – Química, Engenharia, negócios ou vida quotidiana – e resolve um problema nessa(s) área(s), modelando-o com uma equação diofantina linear. Cada aluno resolve a equação obtida manualmente, usando um dos métodos aprendidos em Matemática, e também com recurso a software de folha de cálculo (ou aplicação web). Os alunos elaboram uma apresentação do problema e da respetiva solução e apresentam os seus projetos perante os professores e colegas. Cada professor segue a metodologia de nível de avaliação, ou seja, avalia o conhecimento dos alunos, competências analíticas e capacidades de apresentação e comunicação.

\*Elementos finais da framework encontram-se em desenvolvimento

### 3. Objetivos e Metodologias

#### Metas e Objetivos de Aprendizagem

**Após a conclusão da formação, os alunos deverão saber:**

- O que é uma equação diofantina.
- O que é uma equação diofantina linear, os dois tipos básicos de equações diofantinas lineares – homogéneas e não homogéneas – e quando uma equação diofantina linear não homogénea tem soluções em números inteiros.
- Que métodos se utilizam para resolver equações diofantinas lineares não homogéneas.
- Como se resolvem equações diofantinas lineares não homogéneas em números inteiros positivos no Excel ou outro programa de folha de cálculo.
- Como equações diofantinas lineares não homogéneas podem ser usadas para modelar problemas em ciências naturais, engenharia, negócios e no dia a dia.

#### Resultados de Aprendizagem e Resultados Esperados

Os alunos terão conhecimento sobre os métodos usados para resolver equações diofantinas lineares e serão capazes de resolvê-las manualmente e com a ajuda do MS Excel. Serão capazes de modelar problemas simples em Química, Engenharia, Negócios e vida quotidiana através de equações diofantinas lineares

*não homogéneas de duas ou mais variáveis.*

**Após a conclusão da formação, os alunos, os alunos serão capazes de:**

- *Compreender e explicar os métodos básicos de resolução de equações diofantinas lineares.*
- *Resolver equações diofantinas lineares num software de folha de cálculo como o MS Excel.*
- *Modelar problemas em Química (equilíbrio de equações químicas), Engenharia de redes (fluxos em redes), Negócios e vida quotidiana recorrendo a equações diofantinas lineares não homogéneas de duas ou mais variáveis.*

Conhecimentos Prévios  
e Pré-Requisitos

**Os alunos deverão ser capazes de:**

- *Resolver equações lineares e desigualdades lineares de uma variável.*
- *Possuir conhecimento das regras de divisibilidade e saber encontrar o máximo divisor comum (mdc) de dois inteiros positivos usando o algoritmo de Euclides.*
- *Ter conhecimentos básicos de como usar um software de folha de cálculo como o MS Excel (formato de dados, introdução de dados, etc.).*
- *Preparar uma apresentação (.ppt ou outro formato) e apresentá-la a uma audiência.*

**Resultados Esperados:**

- *Uma melhor e mais profunda compreensão de princípios de Matemática e conhecimentos matemáticos.*
- *Desenvolvimento de competências analíticas ao modelar com equações multivariáveis e aplicar diferentes métodos para obter as suas soluções.*
- *Desenvolvimento de competências informáticas ao usar um software de folha de cálculo para resolver equações.*
- *Uma melhor compreensão sobre como a Matemática se aplica a outras ciências, à Engenharia, aos Negócios e à resolução de problemas do dia a dia.*

Motivação,  
Metodologia,  
Estratégias, Apoios

*Uma das principais tarefas deste curso de aprendizagem é desenvolver as capacidades analíticas dos alunos, ensinando-os a modelar e resolver problemas com equações lineares multivariáveis. Estas lições visam reforçar o conhecimento matemático e o pensamento crítico dos alunos, sublinhando o papel importante que a Matemática desempenha noutras ciências, na Engenharia, nos Negócios e no quotidiano. Outro objetivo principal é desenvolver competências informáticas, ensinando-os a resolver equações diofantinas lineares em inteiros positivos num software de folha de cálculo. Os métodos utilizados incluem a implementação de ligações interdisciplinares entre Matemática, Ciências Naturais (Química), Engenharia e Empreendedorismo (Negócios).*

#### 4. Preparação e Meios

Preparação, configuração do espaço, dicas para resolução de problemas	<p><i>Inicialmente, o professor de Matemática é o docente principal, apresentando o conhecimento teórico sobre equações diofantinas lineares, métodos básicos de resolução e aplicações em problemas do dia a dia. A seguir, o professor de Informática explica como resolver equações diofantinas lineares num software de folha de cálculo, como o MS Excel. Então, o professor de Química, o de Física ou Engenharia e o de Empreendedorismo apresentam aos alunos problemas das suas disciplinas que possam ser modelados por equações diofantinas. Guiados pelos professores de Matemática e TI, os alunos constroem o modelo e encontram a solução adequada para cada problema. Todos os professores (cada um de acordo com a sua competência) colaboram na resolução dos problemas, demonstrando a natureza interdisciplinar da aprendizagem baseada em projetos.</i></p> <p><i>São utilizadas fontes de instrução, materiais digitais e impressos, com referências adequadas, necessários para implementar o plano de aprendizagem.</i></p>
Recursos, Ferramentas, Materiais, Anexos, Equipamentos	<p><i>Os alunos trabalham na sala de aula e no laboratório de informática para adquirir novos conhecimentos e competências. Discutem em conjunto, como equipa, num centro STEAM ou outro ambiente seguro, com os seus professores. Os professores devem ter recursos de aprendizagem adequados, tais como apresentações, vídeos, exemplos práticos, etc. Alguns materiais e vídeos que podem ser usados para motivar inicialmente os alunos:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● <i>Linear Diophantine Equations, a chapter in: The Heritage of Thales by W.S. Anglin, J. Lambek, Springer, 1995.</i></li> <li>● <a href="https://math.libretexts.org/Courses/Mount_Royal_University/MATH_2150%3A_Higher_Arithmetic/5%3A_Diophantine_Equations/5.1%3A_Linear_Diophantine_Equations"><u>https://math.libretexts.org/Courses/Mount_Royal_University/MATH_2150%3A_Higher_Arithmetic/5%3A_Diophantine_Equations/5.1%3A_Linear_Diophantine_Equations</u></a></li> <li>● <a href="https://www.math.uwaterloo.ca/~zcramer/MathCircles/LDE1Problems.pdf"><u>https://www.math.uwaterloo.ca/~zcramer/MathCircles/LDE1Problems.pdf</u></a></li> <li>● <a href="https://www.math.uwaterloo.ca/~zcramer/MathCircles/LDE2Problems.pdf"><u>https://www.math.uwaterloo.ca/~zcramer/MathCircles/LDE2Problems.pdf</u></a></li> </ul> <p><i>Os professores também podem recorrer às referências indicadas na primeira página deste plano, bem como a:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● <i>Plataformas de comunicação e colaboração – Google Meet, Google Classroom, Zoom, Skype, etc.</i></li> <li>● <i>Plataformas de e-learning – Google Classroom, Moodle, etc.</i></li> </ul>
Saúde e Segurança	Alunos e professores trabalham num ambiente saudável e seguro.

## 5. Implementação

Atividades didáticas, Procedimentos, Reflexões	<p><i>Este plano foi desenvolvido com ênfase nas aulas de Matemática, TI, Química, Física ou Engenharia, Empreendedorismo ou num clube de interesse STEAME. Abrange as áreas de estudo:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Matemática</li> <li>- Química</li> <li>- Física ou Engenharia</li> <li>- TI</li> <li>- Empreendedorismo</li> <li>- Competências de apresentação e comunicação</li> </ul>
	<p><i>Os professores planeiam as suas atividades no ambiente Google (Google Calendar, Google Classroom) como parte do currículo. Os alunos são envolvidos ativamente através de experiências práticas e investigação individual, que pode ser discutida em sala de aula.</i></p> <p><i>Existem 10 horas de estudo, com aulas de 40 minutos, uma vez por semana, ao longo de 10 semanas consecutivas:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 4 horas para a teoria matemática das equações diofantinas lineares não homogéneas e a resolução de problemas do quotidiano</li> <li>- 2 horas para o uso de TI na resolução de equações diofantinas lineares não homogéneas em Excel ou outro software de folha de cálculo</li> <li>- 1 hora para acertar fórmulas químicas com equações diofantinas lineares não homogéneas</li> <li>- 1 hora para problemas envolvendo fluxos em redes (opcionalmente, incluindo um encontro com um engenheiro de redes convidado para participar na aula)</li> <li>- 1 hora para a modelação de problemas de negócios</li> <li>- 1 hora para a apresentação dos projetos dos alunos</li> </ul>
Avaliação	<p><i>A apresentação dos resultados finais ocorre perante os professores e colegas, onde cada aluno expõe o problema resolvido e os métodos utilizados. Cada apresentação é avaliada pelos professores. Os principais critérios são: conhecimento teórico do aluno, profundidade de conhecimento, competências de raciocínio analítico, aplicação de conceitos teóricos, bem como competências de comunicação e apresentação.</i></p>
Apresentação - Relatório - Partilha  Extensões - Outras Informações	<p><i>Todas as apresentações com resultados do trabalho são carregadas no site da escola e divulgadas nas redes sociais. Os projetos podem ser posteriormente desenvolvidos em estudos de caso, que os alunos e professores podem usar nas aulas como material didático e/ou evoluir para projetos individuais.</i></p> <p>--</p>



**Protótipo/Guia STEAME ACADEMY para a Abordagem de Aprendizagem & Criatividade**  
Formulação do Plano de Ação

*Principais etapas na abordagem de aprendizagem STEAME:*

## **ETAPA I: Preparação por um ou mais professores**

### **1. Formulação de ideias iniciais sobre os setores/áreas temáticas a serem abordadas:**

As equações diofantinas lineares são um problema importante e muito estudado na Teoria dos Números (a chamada rainha da Matemática). As raízes desta área remontam aos primeiros estudiosos, quando os matemáticos começaram a explorar as propriedades fundamentais dos números no antigo Egito, Babilónia, Grécia, etc. Os primeiros matemáticos a estudar Teoria dos Números na Grécia Antiga foram membros da escola de Pitágoras. O seu legado foi desenvolvido por estudiosos como Euclides e Diofanto de Alexandria, conhecido como “o pai da Álgebra”. Os alunos tomam contacto com elementos básicos de Teoria dos Números, como regras de divisibilidade e o algoritmo de Euclides para o mdc, nos primeiros anos do 2.º ciclo. Por outro lado, vários problemas de negócios e do dia a dia, bem como problemas em ciências naturais e engenharia, podem ser modelados por sistemas de equações lineares que se reduzem a uma equação diofantina linear de duas ou mais variáveis. Versões simplificadas desses problemas podem ser usadas para demonstrar a alunos do 6.º e 7.º anos várias aplicações de equações diofantinas lineares não homogéneas. O objetivo é criar ligações interdisciplinares entre a Matemática, por um lado, e a Química, Física ou Engenharia e Empreendedorismo, por outro.

### **2. Envolvimento do mundo externo / trabalho / negócios / pais / sociedade / ambiente/ ética:**

É possível convidar um engenheiro de redes profissional para explicar aos alunos como problemas de fluxo em redes são modelados por equações lineares.

### **3. Faixa Etária Alvo dos Alunos – Alinhamento com o Currículo Oficial – Definição de Metas e Objetivos:**

O tema é direcionado a alunos do 6.º - 7.º ano do 3.º ciclo. Nas aulas de Matemática do 5.º ano (em escolas búlgaras), os alunos aprendem as bases da Teoria dos Números – regras de divisibilidade e algoritmo de Euclides para o mdc. No 6.º ano, aprendem o que é uma equação e como resolver equações lineares de uma incógnita, usando-as para modelar problemas em várias áreas. Também aprendem o conceito de números inteiros. Nas aulas de TI do 6.º ano, aprendem o básico do MS Excel; nas de Química, aprendem a representar reações químicas através de equações; e em Tecnologias e Empreendedorismo, resolvem problemas simples de negócios e dinheiro. Desigualdades lineares de uma incógnita são ensinadas no 7.º ano (na Bulgária). O objetivo destas lições é ampliar o conhecimento das equações lineares, ensinando aos alunos do 6.º e 7.º anos sobre equações lineares de duas ou mais variáveis que se resolvem não em todo o conjunto dos números reais, mas apenas em inteiros positivos (ou não negativos). A construção de modelos matemáticos com equações multivariáveis ajuda a desenvolver competências analíticas e a solidificar um conhecimento mais aprofundado de Matemática e a sua ligação a outras disciplinas. Como as equações diofantinas surgem frequentemente em competições e Olimpíadas de Matemática, incluí-las no currículo pode beneficiar os alunos na preparação para esses concursos.

### **4. Organização das Tarefas dos Envolvidos – Designação de Coordenador – Espaços de Trabalho, etc.**

Os professores organizam a formação e apoiam o trabalho dos alunos; motivam-nos e propõem uma tarefa real; a direção da escola apoia a organização de encontros com um engenheiro (opcional), a organização extracurricular do trabalho e a apresentação dos resultados. O professor de Matemática pode desempenhar o papel de coordenador. Os espaços de trabalho a usar são a sala de aula e o laboratório de informática.

## **ETAPA II: Formulação do Plano de Ação (Passos 1-18)**

### *Preparação (por parte dos professores)*

#### **1. Relação com o Mundo Real – Reflexão**

*Problemas de acertar fórmulas químicas, projetar redes (fluxo em redes), criptografia, empreendedorismo (negócios) e situações do quotidiano podem ser modelados e resolvidos com recurso a equações diofantinas lineares não homogéneas.*

#### **2. Incentivo – Motivação**

*O professor de Matemática introduz a teoria das equações diofantinas lineares e métodos de resolução, usando exemplos do quotidiano. O professor de Química, de Física (ou Engenharia) e de Empreendedorismo apresentam problemas das suas áreas que podem ser modelados por equações diofantinas. O professor de Informática mostra como resolver estas equações em folhas de cálculo.*

*Os alunos são motivados por problemas do mundo real, que podem resolver aplicando o conhecimento matemático.*

#### **3. Formulação de um Problema (possivelmente em etapas ou fases) decorrente do exposto:**

*O professor de Matemática apresenta primeiro um problema do dia a dia que pode ser modelado por uma equação diofantina linear não homogénea de duas variáveis. Auxilia os alunos na construção do modelo e na resolução em inteiros positivos através de regras de divisibilidade. Em seguida, introduz o conceito de equação diofantina linear e os vários métodos de resolução.*

### *Desenvolvimento (por parte dos alunos) – Orientação & Avaliação (por parte dos professores)*

#### **4. Criação de Contexto – Pesquisa/Recolha de Informação:**

*O novo conhecimento é aplicado na resolução de problemas. Os alunos são encorajados a pesquisar autonomamente em fontes online e outras. Utilizam essas informações ao preparar os projetos finais.*

#### **5. Simplificar o Problema – Definir o Problema com um Número Limitado de Requisitos:**

*A tarefa é claramente definida com a informação necessária.*

#### **6. Elaboração de Casos – Design/Identificação de Materiais para Construção/Desenvolvimento/Criação:**

*A tarefa atribuída aos alunos é bem delimitada.*

#### **7. Construção – Fluxo de Trabalho – Implementação dos Projetos:**

*Treino introdutório com exemplos relevantes – Apresentação de um problema real – Formação adicional – Resolução do problema – Apresentação dos resultados.*

#### **8. Observação-Experimentação – Conclusões Iniciais:**

*Os alunos resolvem problemas de Química, Engenharia, Negócios, Criptografia e do quotidiano, orientados pelos professores de Matemática e TI. Aprendem a modelar esses problemas com equações diofantinas lineares e a resolvê-los manualmente, bem como usando um software de folha de cálculo (Excel).*

#### **9. Documentação – Pesquisa de Áreas Temáticas (campos de IA) relacionadas com o tema estudado – Explicação com Base em Teorias Existentes e/ou Resultados Empíricos:**

*Os alunos dispõem de informação teórica e exemplos.*

#### **10. Recolha dos Resultados/Informações:**

*Em cada etapa, os professores registam o progresso dos alunos.*

#### **11. Primeira apresentação de cada grupo pelos alunos:**

*Os alunos mostram resultados do seu trabalho em formato de apresentação (.ppt ou outro).*

Configuração & Resultados (por parte dos alunos) – Orientação & Avaliação (por parte dos professores)

12. Configuração dos modelos STEAME para descrever/representar/ilustrar os resultados.
13. Estudo dos resultados obtidos (passo 9) e extração de conclusões (usando o passo 12).
14. Aplicações na Vida Quotidiana – Sugestões para o Desenvolvimento.

Revisão (por parte dos professores)

15. Rever o problema e reavaliá-lo sob condições mais exigentes.

Conclusão do Projeto (por parte dos alunos) – Orientação & Avaliação (por parte dos professores)

16. Repetir os passos 5 a 11 com requisitos adicionais ou novos, conforme formulado no passo 15.
17. Investigação – Estudos de Caso – Expansão – Novas Teorias – Teste de Novas Conclusões.
18. Apresentação das Conclusões – Estratégias de Comunicação.

### **ETAPA III: Ações e Cooperação da STEAME ACADEMY em Projetos Criativos por alunos do Ensino Escolar**

**Título do Projeto: Resolvendo Problemas com Diofanto – Modelação com equações Diofantinas lineares**  
Breve Descrição/Esquema dos Arranjos Organizacionais/Responsabilidades por Ação

Etapa	Atividades/Passos Professor 1(P1)	Atividades/Passos Para estudantes	Atividades/Passos Professor 2(P2)
	Cooperação com P2, P3, P4, P5 e orientação dos alunos.	Faixa etária: 12-13 anos	Cooperação com P1, P3, P4, P5 e orientação dos alunos
A	Preparação dos passos 1, 2, 3, 4	--	Cooperação nos passos 2,3,4
B	Orientação no passo 9	4,5,6,7,8,9,10	Suporte e orientação no passo 9
C	Avaliação Criativa	Passo 11	Avaliação Criativa
D	Orientação	Passo 12	Orientação
E	Orientação	Passo 13 (9+12)	Orientação
F	Organização (SiL) – STEAME in Life	Passo 14  Reunião com representantes de negócio	Organização (SiL) – STEAME in Life
G	Preparação do passo 15	--	Cooperação no passo 15
H	Orientação	Passo 16 (repetição dos passos 5-11)	Suporte e Orientação
I	Orientação	Passo 17	Suporte e Orientação
K	Avaliação Criativa	Passo 18	Avaliação Criativa