



Financiado por la Unión Europea. Sin embargo, los puntos de vista y opiniones expresados son únicamente los del autor o autores y no reflejan necesariamente los de la Unión Europea o de la Agencia Ejecutiva Europea de Educación y Cultura (EACEA). Ni la Unión Europea ni la EACEA pueden ser consideradas responsables de ellos.

STEAME ACADEMY

PLANIFICACIÓN DOCENTE - NIVEL 1 ESTUDIANTES: **Resolviendo problemas con Diofanto**

C T / A M E



1. Descripción general

Título	Resolviendo problemas con Diofanto – Modelado con ecuaciones lineales diofánticas		
Pregunta o tema de conducción	<i>¿Quién es Diofanto de Alejandría y por qué se le llama "el padre del álgebra"? ¿Qué es una ecuación diofántica? ¿Cómo se resuelven las ecuaciones diofánticas lineales? ¿Cómo se pueden aplicar las ecuaciones diofánticas lineales de dos o más variables para modelar y resolver problemas en Química, Física o Ingeniería (flujos de red), Emprendimiento (negocios) y la vida cotidiana? ¿Cómo se puede aplicar la informática a la resolución de ecuaciones diofánticas lineales?</i>		
Edad, curso, ...	12-13 años	1º-2º ESO	
Duración, cronograma, actividades	10 lecciones	10 lecciones cada una con una duración de 40 min.	1 lección por semana dentro de 10 semanas consecutivas
Contenidos curriculares	<p>Matemáticas, Química, Física o Ingeniería, Criptografía, Emprendimiento, Informática (Excel u otro software de hoja de cálculo)</p> <p>Un problema importante en la teoría de números son las ecuaciones diofánticas lineales. En estas lecciones, los y las estudiantes aprenderán sobre Diofanto de Alejandría, conocido como "el padre del álgebra", y las ecuaciones diofánticas lineales. Aprenderán cómo se resuelven las ecuaciones diofánticas lineales (homogéneas y no homogéneas) utilizando diferentes métodos: con la ayuda de reglas de divisibilidad, el método de encontrar una solución particular con el algoritmo euclíadiano extendido para el máximo común divisor (mcd) y luego escribir las fórmulas para la solución general, y usar el método de sustitución de Euler (separar partes enteras y fraccionarias en expresiones analíticas). El/la estudiante discutirá el número de soluciones de tales ecuaciones: soluciones en números naturales y en números enteros. También aprenderán sobre el problema de la moneda Frobenius y sus generalizaciones. El alumnado</p>		

	<p>aprenderá a resolver ecuaciones diofánticas lineales no homogéneas en Excel utilizando la función Solver con restricciones (u otro software de hoja de cálculo) o a resolver dichas ecuaciones con una aplicación web. Los y las estudiantes también aprenderán a construir modelos matemáticos de problemas de Química (equilibrio de ecuaciones químicas), Física o Ingeniería (flujos de red), Emprendimiento (problemas de negocios) y problemas de la vida cotidiana con ecuaciones diofánticas lineales no homogéneas de dos o más variables.</p>
<p>Colaboradores, Socios</p>	<p><i>(Opcional) Un ingeniero de redes profesional.</i></p>
<p>Resumen - Sinopsis</p>	<p><i>El curso comienza con la teoría matemática de las ecuaciones diofánticas lineales. El docente de matemáticas recuerda la teoría básica de números (de 5º grado): las reglas de divisibilidad y el algoritmo euclíadiano para encontrar el máximo común divisor (mcd) de dos números enteros positivos. El docente de matemáticas puede comenzar a introducir el nuevo material planteando al alumnado un problema simple de la vida cotidiana que se puede modelar mediante una ecuación diofántica lineal no homogénea de dos variables. El docente guía a los y las estudiantes en la creación del modelo y en la búsqueda de las soluciones a la ecuación obtenida. Los y las estudiantes usan reglas de divisibilidad para resolver la ecuación. Luego, el docente de matemáticas introduce al alumnado al término "ecuación diofántica", en particular a las ecuaciones diofánticas lineales de dos variables ($ax + by = c$) y subraya las diferencias entre una ecuación lineal de una variable y una ecuación multivariable indefinida. El docente de matemáticas introduce a los y las estudiantes a los métodos básicos para resolver ecuaciones diofánticas lineales no homogéneas: mediante el uso de reglas de divisibilidad, mediante el uso del algoritmo euclíadiano extendido para encontrar una solución particular y luego escribir las fórmulas para la solución general, y mediante el método de sustitución de Euler. Discute con el/la estudiante la condición necesaria y suficiente para que dicha ecuación tenga soluciones enteras, el número de soluciones enteras y el número de soluciones en números naturales (restricciones a las variables expresadas por desigualdades lineales). El docente de matemáticas muestra también cómo resolver una ecuación diofántica lineal de más de dos variables. El docente de matemáticas también presenta al alumnado el problema de la moneda de Frobenius y sus generalizaciones. A los y las estudiantes más avanzados y curiosos, el docente de matemáticas puede explicar la relación entre las ecuaciones diofánticas lineales y las congruencias, es decir, cómo se puede expresar dicha ecuación en forma de congruencia lineal. El docente de matemáticas también puede explicar cómo se pueden aplicar las ecuaciones diofánticas lineales a problemas simples de criptografía.</i></p> <p><i>A continuación, el docente de informática presenta al alumnado los métodos que se pueden utilizar para resolver ecuaciones diofánticas lineales no homogéneas en Excel.</i></p> <p><i>El docente de química explica al alumnado cómo equilibrar una ecuación química que expresa una reacción química, y junto con el docente de matemáticas explica cómo aplicar ecuaciones diofánticas lineales no homogéneas para equilibrar una ecuación química.</i></p> <p><i>El docente de física (ingeniería) introduce a los y las estudiantes a las redes y a</i></p>

los flujos de redes. Opcionalmente, la administración de la escuela puede invitar a un ingeniero (de redes) para presentar al alumnado las redes y los problemas relacionados con el flujo de redes. El docente de matemáticas y el docente de física explican al alumnado cómo se pueden utilizar las ecuaciones diofánticas lineales para modelar un flujo en una red.

El docente de emprendimiento plantea a los y las estudiantes problemas de negocio que pueden ser modelados con ecuaciones diofánticas lineales no homogéneas. El/la estudiante puede resolver las ecuaciones obtenidas ya sea a mano utilizando los métodos de las clases de matemáticas, o en un software de hoja de cálculo.

El trabajo sobre el tema tiene una duración de 10 horas.

Referencias, Agradecimientos

Diofanto de Alejandría

<https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Strick/diophantus.pdf>

Alfred S. Posamentier, Robert Geretschläger, Charles Li y Christian Spreitzer, La alegría de las matemáticas: maravillas, novedades y joyas descuidadas que rara vez se enseñan en la clase de matemáticas, Prometheus Books, 2017, ISBN 9781633882980.

Elizabeth Mauch y Yixun Shi, Aplicación de ecuaciones diofánticas lineales en la enseñanza del pensamiento matemático, Educación Matemática e Informática, Vol. 37, Iss. 2, (primavera de 2003): 240-247.

Titu Andreescu, Ion Cucurezeanu, Dorin Andrica, Una introducción a las ecuaciones diofánticas, Birkhauser, 2010, ISBN 978-0-8176-4548-9.

Titu Andreescu, Dorin Andrica, Teoría de números: estructuras, ejemplos y problemas, Birkhauser, 2009, ISBN: 978-0-8176-3245-8.

Lupu Costică. Métodos para resolver ecuaciones diofánticas en la educación secundaria en Rumania. Revista de Ciencias de la Educación, Vol. 2, Nº 1, 2014, pp. 22-32. doi: 10.11648/j.sjedu.20140201.14.

<https://sites.millersville.edu/bikenaga/number-theory/linear-diophantine-equations/linear-diophantine-equations.html>

Teoría de números – Ecuaciones diofánticas

<https://www.math.utoronto.ca/beni/putnam/2020/2020-NT-diophantine-equations.pdf>

Jeffrey Shallit, El problema de Frobenius y sus generalizaciones, <https://cs.uwaterloo.ca/~shallit/Talks/frob14.pdf>

Matthias Beck, Cómo cambiar monedas, M&M's o nuggets de pollo: el problema diofántico lineal de Frobenius, Capítulo en Recursos para la enseñanza de proyectos de aula de matemáticas discretas, módulos de historia y artículos, pp. 65 - 74

DOI: <https://doi.org/10.5948/UPO9780883859742.011>.

<https://matthbeck.github.io/papers/frobprojects.pdf>

Nadeem Aslam, Jay Villanueva, Resolviendo problemas diofánticos por Excel

<https://www.pearson.com/content/dam/one-dot-com/one-dot-com/us/en/files/ICTCM20-Proceedings-Aslam-Villanueva.pdf>

DR. R.ANBUSELVI, J.SIVASANKARI, Aplicaciones de ecuaciones diofánticas en ecuaciones químicas, JETIR junio de 2019, volumen 6, número 6, 371-373.

Deepinder Kaur, Meenal Sambhor, Ecuaciones diofánticas y sus aplicaciones en la vida real, Revista Internacional de Matemáticas y sus aplicaciones

Volumen 5, Número 2-B (2017), 217-222, ISSN: 2347-1557.

Rania. B. M. Amer, El análisis matemático de ecuaciones diofánticas lineales con dos y tres variables y sus aplicaciones, Revista Internacional Egipcia de Ciencias y Tecnología de la Ingeniería, Vol. 42 (2023) 23–28,

DOI: 10.21608/eijest.2022.164811.1185.

Mark Kenneth C. Engcot, Criptografía mediante ecuaciones diofánticas lineales, Revista Internacional de Investigación Reciente en Matemáticas Ciencias de la Computación y Tecnología de la Información, Vol. 9, Número 1, pp: (28-33), Mes: abril de 2022-septiembre de 2022.

R. Radha, G. Janaki, Aplicaciones de ecuaciones diofánticas en reacciones químicas y criptografía, *Revista Turca de Educación Informática y Matemática*, 12 (7) (2021), 3175-3178.

Congruencias y ecuaciones diofánticas lineales

[HTTPS://math.librarytexts.org/bookshelves/combinatorics_and_discrete_mathematics/yet_ontherer_introductory_number_theory_textbook--cryptology_mphasis_\(PTZ\)/02%3a_congruence/2.02%3a_linear_congruence](HTTPS://math.librarytexts.org/bookshelves/combinatorics_and_discrete_mathematics/yet_ontherer_introductory_number_theory_textbook--cryptology_mphasis_(PTZ)/02%3a_congruence/2.02%3a_linear_congruence)

David C. Lay, Álgebra lineal y sus aplicaciones, 3^a edición, Pearson's Publishing House, 2002.

2. Marco de STEAME ACADEMY*

Cooperación entre docentes

Docente 1: Docente de matemáticas: explica la teoría matemática de las ecuaciones diofánticas lineales no homogéneas de dos o más variables, los métodos para encontrar sus soluciones y cómo se aplican para modelar y resolver problemas cotidianos. Introduce al alumnado al problema de la moneda de Frobenius.

Docente 2: Docente de informática: explica a los y las estudiantes cómo se pueden resolver ecuaciones diofánticas lineales no homogéneas en hojas de cálculo de MS Excel u otro software similar. Introduce al/a estudiante a las aplicaciones web para resolver dichas ecuaciones.

Docente 3: Docente de Química – Explica al alumnado la teoría de las ecuaciones químicas y cómo equilibrar una ecuación química.

Docente 4: Docente de Física (Ingeniería): enseña al alumnado sobre las redes y los flujos de redes.

Docente 5: Docente de emprendimiento: introduce a los y las estudiantes a los problemas empresariales que se pueden modelar y resolver con la ayuda de

ecuaciones diofánticas lineales.

Relación con el contexto

(Opcional) La administración de la escuela puede organizar una reunión con un ingeniero de redes a quien se puede invitar para explicar a los y las estudiantes cómo se modelan y resuelven los problemas de flujo de red.

Plan de Acción

Paso 1. Adquisición de conocimientos teóricos matemáticos. Los y las estudiantes aprenden sobre la teoría matemática de ecuaciones diofánticas lineales no homogéneas y métodos para encontrar sus soluciones.

Paso 2. Adquisición de conocimientos informáticos. El alumnado aprende a usar Excel u otro software de hoja de cálculo para resolver ecuaciones diofánticas lineales.

Paso 3. Modelado y aplicaciones. Los y las estudiantes aprenden cómo se pueden modelar y resolver problemas de Química (equilibrio de ecuaciones químicas), Física o Ingeniería (flujos en redes) y Emprendimiento (negocios) con la ayuda de ecuaciones diofánticas lineales.

Paso 4. Presentación del proyecto final y evaluación. Cada estudiante elige una o más de las áreas consideradas de aplicación de las ecuaciones diofánticas lineales: química, ingeniería, negocios o vida cotidiana y resuelve un problema en esta área (o áreas) modelándolo con una ecuación diofántica lineal. Cada estudiante resuelve la ecuación obtenida a mano utilizando uno de los métodos aprendidos en las clases de matemáticas y mediante el uso de un software de hoja de cálculo (o aplicación web). Los/as alumnos/as preparan una presentación con el problema en el que han trabajado y su solución y presentan sus proyectos ante los docentes y sus compañeros. Cada docente sigue la metodología del nivel de evaluación, es decir, evalúa los conocimientos, las habilidades analíticas y las habilidades de presentación y comunicación de los y las estudiantes.

* En desarrollo Los elementos finales del marco

3. Objetivos y metodologías

Objetivos de aprendizaje

Después de completar la formación, el alumnado aprenderá:

- Qué es una ecuación diofántica.
- Qué es una ecuación diofántica lineal. Los dos tipos básicos de ecuaciones diofánticas lineales: homogéneas y no homogéneas y cuando una ecuación diofántica lineal no homogénea se puede resolver en números enteros.
- Qué métodos se utilizan para resolver ecuaciones diofánticas lineales no homogéneas.
- Cómo se resuelven las ecuaciones diofánticas lineales no homogéneas en enteros positivos en Excel u otro programa de hoja de cálculo.
- Cómo se pueden utilizar las ecuaciones diofánticas lineales no homogéneas para modelar problemas en ciencias naturales, ingeniería, negocios y la vida cotidiana.

Resultados de aprendizaje	<p><i>Los y las estudiantes desarrollarán conocimiento de los métodos utilizados para resolver ecuaciones diofánticas lineales y serán capaces de resolver dichas ecuaciones a mano y con la ayuda de MS Excel. Los y las estudiantes serán capaces de modelar problemas simples en química, ingeniería, negocios y la vida cotidiana mediante ecuaciones diofánticas lineales no homogéneas de dos o más variables.</i></p>
	<p>Después de completar las lecciones, el alumnado podrá:</p> <ul style="list-style-type: none"> - <i>Comprender y explicar los métodos básicos para resolver ecuaciones diofánticas lineales.</i> - <i>Para resolver ecuaciones diofánticas lineales en un software de hoja de cálculo como MS Excel.</i> - <i>Modelar problemas de química (ecuaciones químicas de equilibrio), ingeniería de redes (flujos en redes), negocios y vida cotidiana con la ayuda de ecuaciones diofánticas lineales no homogéneas de dos o más variables.</i>
Conocimientos y requisitos previos	<p>Los y las estudiantes deben ser capaces de:</p> <ul style="list-style-type: none"> - <i>Resolver ecuaciones lineales y desigualdades lineales de una variable.</i> - <i>Poseer conocimientos de reglas de divisibilidad y saber encontrar el máximo común divisor mcd de dos enteros positivos mediante el algoritmo euclíadiano.</i> - <i>Tener conocimientos básicos sobre cómo utilizar un software de hojas de cálculo como MS Excel (formato de datos, entrada de datos, etc.).</i> - <i>Para preparar una presentación (.ppt u otro formato) y presentarla a una audiencia.</i>
Motivación, Metodología, Estrategias, Andamiaje	<p>Resultados esperados:</p> <ul style="list-style-type: none"> - <i>Mejor y más profunda comprensión de los principios de las matemáticas y del conocimiento matemático.</i> - <i>Desarrollo de habilidades analíticas mediante la modelación con ecuaciones multivariadas y la aplicación de diferentes métodos para la obtención de sus soluciones.</i> - <i>Desarrollo de habilidades informáticas mediante el uso de un software de hoja de cálculo para la resolución de ecuaciones.</i> - <i>Mejor comprensión de cómo se aplican las matemáticas a otras ciencias, ingeniería, negocios y que el conocimiento matemático es necesario para resolver problemas de la vida cotidiana.</i> <p><i>Una de las principales tareas de este curso de aprendizaje es desarrollar las habilidades analíticas de los y las estudiantes enseñándoles a modelar y resolver problemas con ecuaciones lineales multivariadas. Estas lecciones tienen como objetivo mejorar el conocimiento matemático y el pensamiento crítico del alumnado y subrayar el importante papel que desempeñan las matemáticas en otras ciencias, ingeniería, negocios y la vida cotidiana. El otro objetivo principal de estas lecciones es desarrollar aún más las habilidades informáticas de los y las estudiantes enseñándoles cómo resolver ecuaciones diofánticas lineales en</i></p>

números enteros positivos mediante el uso de una hoja de cálculo. Los métodos utilizados incluyen la implementación de conexiones interdisciplinarias entre matemáticas, ciencias naturales (química), ingeniería y emprendimiento (negocios).

4. Preparación y medios

Preparación, configuración del espacio, consejos para la resolución de problemas

En el período inicial, el/la maestro/a principal es el docente de matemáticas que presenta los conocimientos teóricos sobre las ecuaciones diofánticas lineales, los métodos básicos para encontrar sus soluciones y aplicaciones en problemas cotidianos. Plantea diversos problemas a los y las estudiantes y les facilita la búsqueda de las soluciones adecuadas. En la siguiente etapa, el docente de informática explica a los y las estudiantes cómo resolver ecuaciones diofánticas lineales en un software de hoja de cálculo, como MS Excel. Luego, el docente de química, el docente de física o ingeniería y el docente de emprendimiento plantean al alumnado problemas de su materia que pueden ser modelados mediante ecuaciones diofánticas lineales. El alumnado, guiado por el docente de matemáticas e informática, modela el problema con la ecuación correcta y la resuelve. Todos los docentes (cada uno según sus competencias) colaboran con el alumnado en la resolución de sus problemas, demostrando así el carácter interdisciplinario del aprendizaje basado en proyectos.

Se utilizan fuentes didácticas, material digital y en papel con las referencias relacionadas necesarias para la implementación del plan de aprendizaje.

Recursos, Herramientas, Material, Accesorios, Equipos

Los y las estudiantes trabajan en el aula y en un aula de informática mientras adquieren nuevos conocimientos y habilidades. Discuten juntos como equipo en un centro STEAM u otro entorno seguro con sus maestros/as. Los docentes deben disponer de recursos didácticos adecuados, como presentaciones, vídeos, ejemplos prácticos, etc. Algunos materiales y videos que se pueden utilizar para la motivación inicial de los y las estudiantes sobre el tema son los siguientes:

- *Ecuaciones diofánticas lineales, un capítulo en: La herencia de Tales por W.S. Anglin, J. Lambek, Springer, 1995.*
- https://math.libretexts.org/Courses/Mount_Royal_University/MATH_2150%3A_Higher_Arithmetic/5%3A_Diophantine_Equations/5.1%3A_Linear_Diophantine_Equations
- <https://www.math.uwaterloo.ca/~zcramer/MathCircles/LDE1Problems.pdf>
- <https://www.math.uwaterloo.ca/~zcramer/MathCircles/LDE2Problems.pdf>

Los docentes también utilizan las referencias de la primera página de este plan, así como:

- *Plataformas de comunicación y colaboración: Google Meet, Google Classroom, Zoom, Skype, etc.*

- Plataforma de e-learning: Google Classroom, Moodle, etc.

Salud y seguridad

Los y las estudiantes y los/as maestros/as trabajan en un ambiente saludable y seguro.

5. Implementación

Actividades

Este plan se desarrolla con énfasis en clases de Matemáticas, Informática, Química, Física o Ingeniería, Emprendimiento o en un club de interés de STEAME. Cubre los temas de estudio:

-Matemáticas

-Química

- Física o Ingeniería

-ESO

-Emprendimiento

- Habilidades de presentación y comunicación

Los docentes planifican sus actividades en el entorno de Google utilizando Google Calendar y Google Classroom como parte del plan de estudios. Los estudiantes participan activamente a través de la experiencia práctica y la investigación realizada como un trabajo independiente que se puede discutir en clase.

Hay 10 horas de estudio basadas en una lección de 40 minutos. Todas las clases se imparten una vez a la semana con un plan de estudios durante 10 semanas consecutivas.

- 4 horas de teoría matemática de ecuaciones diofánticas lineales no homogéneas, resolviendo problemas cotidianos

- 2 horas de uso de TI para resolver ecuaciones diofánticas lineales no homogéneas en Excel u otro software de hoja de cálculo

- 1 hora para equilibrar ecuaciones químicas con ecuaciones diofánticas lineales no homogéneas

- 1 hora para problemas relacionados con los flujos de red (opcionalmente, incluyendo una reunión con un ingeniero de redes que está invitado a participar en la lección)

- 1 hora para modelar problemas de negocio

- 1 hora para la presentación de los proyectos de los y las estudiantes

Valoración - Evaluación

La presentación de los resultados finales se realiza frente a los docentes y compañeros de clase donde cada alumno/a presenta el problema que resolvió y los métodos que utilizó. Cada presentación es evaluada por los docentes. Los factores clave son: el conocimiento teórico del estudiante, la profundidad del

conocimiento, las habilidades de pensamiento analítico, la aplicación de conceptos teóricos, las habilidades de comunicación y presentación.

Presentación - Informes
- Compartir

Todas las presentaciones con los resultados del trabajo se suben a la página web de la escuela y la información se publica en las redes sociales. Los proyectos pueden desarrollarse en estudios de casos y los y las estudiantes y docentes pueden utilizarlos en sus clases como materiales didácticos y/o desarrollarse como proyectos individuales.

Extensiones - Más información

--

Principales pasos en el enfoque de aprendizaje de STEAME:

ETAPA I: Preparación por parte de uno o más docentes

1. Formulación de reflexiones iniciales sobre los sectores/áreas temáticas que se tratarán:

Las ecuaciones diofánticas lineales son un problema importante y bien estudiado en la teoría de números (llamada la reina de las matemáticas). Las raíces de la teoría de números se remontan a los primeros eruditos, cuando los matemáticos comenzaron a explorar las propiedades fundamentales de los números en el antiguo Egipto, Babilonia, Grecia, etc. Los primeros matemáticos que estudiaron la teoría de números en la antigua Grecia fueron los miembros de la escuela de Pitágoras. Su legado fue desarrollado aún más por eruditos como Euclides y Diofante de Alejandría, conocido como "el padre del álgebra". El grupo de estudiantes se familiarizan con los elementos básicos de la teoría de números, como las reglas de divisibilidad y el algoritmo euclíadiano para encontrar el mcd, en las primeras etapas de su educación escolar. Por otro lado, una variedad de problemas de la vida cotidiana y los negocios, así como problemas de ciencias naturales e ingeniería, se modelan con sistemas de ecuaciones lineales que se pueden reducir a una ecuación diofántica lineal para dos o más variables. Las versiones simplificadas de tales problemas se pueden utilizar para demostrar a los y las estudiantes de 6º y 7º grado una variedad de aplicaciones de ecuaciones diofánticas lineales no homogéneas. El propósito es crear conexiones interdisciplinarias entre las matemáticas, por un lado, y la química, la física o la ingeniería y el emprendimiento, respectivamente, por el otro.

2. Implicarse en el mundo del medio ambiente más amplio / trabajo / empresa / familias / sociedad / medio ambiente / ética:

Se puede invitar a un ingeniero de redes profesional para que explique al grupo de estudiantes cómo se modelan los problemas de flujo de redes con ecuaciones lineales.

3. Grupo de edad objetivo de los y las estudiantes - Asociación con el currículo oficial - Establecimiento de metas y objetivos

El tema está dirigido a estudiantes de 6º y 7º grado de secundaria. En las clases de matemáticas, en el 5º grado (en las escuelas búlgaras), los y las estudiantes aprenden primero los conceptos básicos de la teoría de números: las reglas de divisibilidad y el algoritmo euclíadiano para gcd. En el 6º grado, los y las estudiantes se encuentran por primera vez con el término ecuación y aprenden cómo resolver ecuaciones lineales de una variable desconocida y cómo usar dichas ecuaciones para modelar problemas en varias áreas. En las clases de informática, el alumnado de 6º grado aprenden los conceptos básicos de MS Excel, en las clases de Química: cómo expresar una reacción química mediante una ecuación química, y en las clases de Tecnología y Emprendimiento, cómo resolver problemas simples de negocios y dinero. Las desigualdades lineales que involucran una incógnita se enseñan en el 7º grado en la escuela secundaria búlgara. El objetivo de estas lecciones es ampliar el conocimiento de las ecuaciones lineales enseñando a estudiantes de 6º y 7º grado sobre ecuaciones lineales que involucran dos o más variables que no se resuelven en su totalidad en el campo de los números reales, sino solo en números enteros positivos (o enteros no negativos). La construcción de modelos matemáticos con ecuaciones multivariadas es útil para desarrollar las habilidades analíticas de los y las estudiantes y crear y mantener un conocimiento más profundo en matemáticas y su conexión con otras materias. Como las ecuaciones diofánticas se encuentran a menudo en competiciones y olimpiadas matemáticas, incluirlas en el plan de estudios puede beneficiar al colectivo de estudiantes en su preparación para participar en tales concursos.

4. Organización de las tareas de las partes involucradas - Designación de Coordinador/a - Lugares de trabajo, etc.

Los docentes organizan la formación y apoyan el trabajo de los/as alumnos/as; motivan a los y las estudiantes y establecen una tarea real a cumplir; La dirección de la escuela apoya la organización de reuniones con un ingeniero (opcional), la organización extracurricular del trabajo, así como la presentación de los resultados a un público adecuado. El docente de matemáticas puede desempeñar el papel de coordinador/a. Los lugares de trabajo que se utilizarán son un aula y un aula de informática.

ETAPA II: Formulación del Plan de Acción (Pasos 1-18)

Preparación (por parte de los docentes)

1. Relación con el Mundo Real – Reflexión

Los problemas de equilibrio de reacciones químicas, diseño de redes (flujo de red), criptografía, emprendimiento (negocios) y la vida cotidiana se pueden modelar y resolver con la ayuda de ecuaciones diofánticas lineales no homogéneas.

2. Incentivo – Motivación

El docente de matemáticas introduce a los y las estudiantes la teoría de las ecuaciones diofánticas lineales y a los métodos para encontrar sus soluciones. El docente de matemáticas utiliza sobre todo ejemplos de la vida cotidiana. El docente de química, física (o ingeniería) y el docente de emprendimiento plantean al alumnado problemas de sus asignaturas que pueden ser modelados mediante ecuaciones diofánticas lineales. El docente de informática explica al alumnado cómo se pueden resolver estas ecuaciones utilizando hojas de cálculo.

Los estudiantes están motivados por problemas de la vida real que deben resolver aplicando los conocimientos matemáticos.

3. Formulación de un problema (posiblemente en etapas o fases) que resulte de lo anterior

Primero se presenta al grupo de estudiantes un problema cotidiano por parte del docente de matemáticas, que se puede modelar mediante una ecuación diofántica lineal no homogénea de dos variables. El docente de matemáticas ayuda al alumnado a construir el modelo y a resolver en números enteros positivos la ecuación obtenida utilizando el conocimiento sobre las reglas de divisibilidad. Luego, el docente de matemáticas comienza con el nuevo conocimiento sobre qué es una ecuación diofántica lineal y con qué métodos se puede resolver.

Desarrollo (por parte de los estudiantes) – Orientación y Evaluación (en 9-11, por los docentes)

4. Creación de antecedentes - Buscar / Recopilar información:

Nuevos conocimientos aplicados a la resolución de problemas. Se anima a los estudiantes a buscar por sí mismos información en Internet y otras fuentes. Los estudiantes utilizan esta información cuando preparan sus proyectos finales.

5. Simplifique el problema: configure el problema con un número limitado de requisitos

La tarea está claramente establecida con la información necesaria.

6. Fabricación de casos - Diseño - identificación de materiales para la construcción / desarrollo / creación

La tarea que reciben los y las estudiantes está claramente definida.

7. Construcción - Flujo de trabajo - Implementación de proyectos

Formación introductoria con ejemplos relevantes - Plantear un problema real - Formación complementaria - Encontrar una solución al problema - Presentación de los resultados

8. Observación-Experimentación - Conclusiones Iniciales

El/la estudiante resuelve problemas de química, ingeniería, negocios, criptografía y la vida cotidiana guiados por el docente de matemáticas e informática. Aprenden a modelar tales problemas con ecuaciones diofánticas lineales y a resolverlos a mano con los nuevos métodos que han aprendido y también con la ayuda de TI, en un software de hoja de cálculo como MS Excel.

9. Documentación - Búsqueda de Áreas Temáticas (campos de IA) relacionadas con el tema en estudio - Explicación basada en Teorías Existentes y/o Resultados Empíricos

El/la estudiante tiene la información teórica necesaria y ejemplos.

10. Recopilación de resultados / información basada en los puntos 7, 8, 9

En cada paso, los docentes informan sobre el progreso de los y las estudiantes.

11. Primera presentación grupal del alumnado

Los y las estudiantes presentan los resultados de su trabajo en forma de .ppt u otra presentación.

Configuración y resultados (por parte de los estudiantes) – Orientación y evaluación (por parte de los docentes)

12. Configurar modelos STEAME para describir/representar/ilustrar los resultados

13. Estudiar los resultados en 9 y sacar conclusiones, utilizando 12

14. Aplicaciones en la vida cotidiana - Sugerencias para desarrollar 9 (Emprendimiento - Días Relación con el contexto)

Revisión (por parte de los docentes)

15. Revisar el problema y revisarlo en condiciones más exigentes

Finalización del proyecto (por parte del alumnado) – Orientación y evaluación (por parte de los docentes)

16. Repita los pasos 5 a 11 con requisitos adicionales o nuevos tal como se formularon en 15

17. Investigación - Estudios de caso - Expansión - Nuevas teorías - Prueba de nuevas conclusiones

18. Presentación de Conclusiones - Tácticas de Comunicación.

ETAPA III: STEAME ACADEMY Acciones y Cooperación en Proyectos Creativos para estudiantes de la escuela

Título del Proyecto: Resolución de Problemas con Diofanto – Modelado con ecuaciones lineales diofánticas

Breve descripción/esbozo de los arreglos organizacionales/responsabilidades para la acción

ETAP A	Actividades/Pasos Docente 1(T1) Cooperación con T2, T3, T4, T5 y orientación al estudiante	Actividades / Pasos Por los y las estudiantes Grupo de edad: 12-13 años	Actividades / Pasos Docente 2 (T2) Cooperación con T1, T3, T4, T5 y orientación al estudiante
A	Preparación de los pasos 1,2,3		Cooperación en la etapa 1,2,3
B	Orientación en el paso 9	4,5,6,7,8,9,10	Guía de soporte en el paso 9
C	Evaluación creativa	11	Evaluación creativa
D	Orientación	12	Orientación
E	Orientación	13 (9+12)	Orientación
F	Relación con el contexto	14 Reunión con representantes de las empresas	Relación con el contexto
G	Preparación de la etapa 15		Cooperación en la etapa 15
H	Orientación	16 (repetición 5-11)	Orientación de soporte
I	Orientación	17	Orientación de soporte
K	Evaluación creativa	18	Evaluación creativa