



Co-funded by
the European Union



Gefördert durch die Europäische Union. Die geäußerten Ansichten und Meinungen sind jedoch nur die des Autors/der Autoren und spiegeln nicht unbedingt die Ansichten und Meinungen der Europäischen Union oder der Europäischen Exekutivagentur für Bildung und Kultur (EACEA) wider. Weder die Europäische Union noch die EACEA können dafür verantwortlich gemacht werden.

STEAME AKADEMIE
TEACHING FACILITATION LEARNING & CREATIVITY PLAN (L&C PLAN) - LEVEL 1
STUDENT TEACHERS: Probleme lösen mit Diophantus

S

T

Eng

Ein

M

HNO



1. Überblick

Titel	Probleme mit Diophantus lösen – Modellierung mit linearen diophantischen Gleichungen		
Frage oder Thema	<i>Wer ist Diophantus von Alexandria und warum wird er "der Vater der Algebra" genannt? Was ist eine diophantische Gleichung? Wie werden lineare diophantische Gleichungen gelöst? Wie können lineare diophantische Gleichungen von zwei oder mehr Variablen auf die Modellierung und Lösung von Problemen in Chemie, Physik oder Ingenieurwissenschaften (Netzwerkflüsse), Unternehmertum (Wirtschaft) und im Alltag angewendet werden? Wie kann IT zur Lösung linearer diophantischer Gleichungen eingesetzt werden?</i>		
Alter, Noten, ...	12-13 Jahre alt	6-7 Noten	
Dauer, Zeitplan, Aktivitäten	10 Lektionen	10 Unterrichtsstunden mit einer Dauer von je 40 min.	1 Lektion pro Woche innerhalb von 10 aufeinanderfolgenden Wochen
Ausrichtung des Lehrplans	<p>Mathematik, Chemie, Physik oder Ingenieurwesen, Kryptographie, Unternehmertum, IT (Excel oder andere Tabellenkalkulationssoftware)</p> <p>Ein wichtiges Problem in der Zahlentheorie sind lineare diophantische Gleichungen. In diesen Lektionen lernen die Schülerinnen und Schüler etwas über Diophantos von Alexandria, bekannt als "der Vater der Algebra", und lineare diophantische Gleichungen. Sie lernen, wie lineare diophantische Gleichungen (homogen und inhomogen) mit verschiedenen Methoden gelöst werden – mit Hilfe von Teilbarkeitsregeln, der Methode, mit dem erweiterten euklidischen Algorithmus für den größten gemeinsamen Teiler (gcd) eine bestimmte Lösung zu finden und dann die Formeln für die allgemeine Lösung zu schreiben, und mit der Eulerschen Substitutionsmethode (Trennung von</p>		

	Ganzzahl und Bruchteilen in einem analytischen Ausdruck). Die Schülerinnen und Schüler diskutieren die Anzahl der Lösungen solcher Gleichungen – Lösungen in natürlichen Zahlen und in ganzen Zahlen. Sie lernen auch etwas über das Frobenius-Münzproblem und seine Verallgemeinerungen. Die Studierenden lernen, wie man lineare nicht-homogene diophantische Gleichungen in Excel mit der Solver-Funktion mit Constraines (oder einer anderen Tabellenkalkulationssoftware) löst oder solche Gleichungen mit einer Webanwendung löst. Die Studierenden lernen auch, wie man mathematische Modelle von Problemen in der Chemie (Ausgleich chemischer Gleichungen), Physik oder Ingenieurwissenschaften (Netzwerkflüsse), Unternehmertum (Geschäftsprobleme) und Alltagsproblemen mit linearen, inhomogenen diophantischen Gleichungen von zwei oder mehr Variablen erstellt.
Mitwirkende, Partner	(Fakultativ) Ein professioneller Netzwerktechniker.
Zusammenfassung - Synopsis	<p><i>Der Kurs beginnt mit der mathematischen Theorie der linearen diophantischen Gleichungen. Der Mathematiklehrer erinnert sich an die Grundlagen der Zahlentheorie (ab der 5. Klasse) – Teilbarkeitsregeln und den euklidischen Algorithmus, um den größten gemeinsamen Teiler (gcd) zweier positiver Ganzzahlen zu finden. Der Mathematiklehrer kann mit der Einführung in den neuen Stoff beginnen, indem er den Schülern ein einfaches Alltagsproblem stellt, das durch eine lineare, inhomogene diophantische Gleichung aus zwei Variablen modelliert werden kann. Der Lehrer leitet die Schüler bei der Erstellung des Modells und der Suche nach Lösungen für die erhaltene Gleichung an. Die Schülerinnen und Schüler verwenden Teilbarkeitsregeln, um die Gleichung zu lösen. Anschließend führt der Mathematiklehrer die Schülerinnen und Schüler in den Begriff "diophantische Gleichung" ein, insbesondere in lineare diophantische Gleichungen zweier Variablen ($ax + by = c$) und unterstreicht die Unterschiede zwischen einer linearen Gleichung einer Variablen und einer undefinierten Gleichung mit mehreren Variablen. Der Mathematiklehrer führt die Schülerinnen und Schüler in grundlegende Methoden zur Lösung linearer, inhomogener diophantischer Gleichungen ein: durch die Verwendung von Teilbarkeitsregeln, durch die Verwendung des erweiterten euklidischen Algorithmus, um eine bestimmte Lösung zu finden und dann die Formeln für die allgemeine Lösung zu schreiben, und durch die Eulersche Substitutionsmethode. Diskutiert mit den Schülerinnen und Schülern die notwendige und hinreichende Bedingung dafür, dass eine solche Gleichung ganzzahlige Lösungen hat, die Anzahl der ganzzahligen Lösungen und die Anzahl der Lösungen in natürlichen Zahlen (Einschränkungen auf die Variablen, die durch lineare Ungleichungen ausgedrückt werden). Der Mathematiklehrer zeigt auch, wie man eine lineare diophantische Gleichung von mehr als zwei Variablen löst. Der Mathelehrer führt die Schülerinnen und Schüler auch in das Frobenius-Münzproblem und seine Verallgemeinerungen ein. Für die fortgeschrittenen und neugierigeren Schüler kann der Mathematiklehrer die Beziehung zwischen linearen diophantischen Gleichungen und Kongruenzen erklären, d.h. wie eine solche Gleichung in Form einer linearen Kongruenz ausgedrückt werden kann. Der Mathematiklehrer kann auch erklären, wie lineare diophantische Gleichungen auf einfache Probleme in der Kryptographie angewendet werden können.</i></p> <p><i>Anschließend führt der IT-Lehrer die Schülerinnen und Schüler in die Methoden</i></p>

ein, mit denen lineare nicht-homogene diophantische Gleichungen in Excel gelöst werden können.

Der Chemielehrer erklärt den Schülern, wie man eine chemische Gleichung, die eine chemische Reaktion ausdrückt, ausgleicht, und erklärt zusammen mit dem Mathematiklehrer, wie man lineare nicht-homogene diophantische Gleichungen anwendet, um eine chemische Gleichung auszugleichen.

Der Lehrer für Physik (Ingenieurwissenschaften) führt die Schülerinnen und Schüler in Netzwerke und Netzwerkflüsse ein. Optional kann die Schulleitung einen (Netzwerk-)Ingenieur einladen, der die Schülerinnen und Schüler in Netzwerke und Probleme rund um den Netzwerkfluss einführt. Der Mathematiklehrer und der Physiklehrer erklären den Schülern, wie lineare diophantische Gleichungen zur Modellierung einer Strömung in einem Netzwerk verwendet werden können.

Der Entrepreneurship-Lehrer stellt den Schülern betriebswirtschaftliche Probleme, die mit linearen, inhomogenen diophantischen Gleichungen modelliert werden können. Die Schülerinnen und Schüler können die erhaltenen Gleichungen entweder von Hand mit den Methoden aus dem Mathematikunterricht oder in einer Tabellenkalkulationssoftware lösen.

Die Arbeit zu diesem Thema dauert 10 Stunden.

Referenzen, Danksagungen

Diophantus von Alexandria

<https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Strick/diophantus.pdf>

Alfred S. Posamentier, Robert Geretschläger, Charles Li und Christian Spreitzer, The Joy of Mathematics: Marvels, Novelties, and Neglected Gems that Are Rare Teach in Math Class, Prometheus Books, 2017, ISBN 9781633882980.

Elizabeth Mauch und Yixun Shi, Anwendung linearer diophantischer Gleichungen im Unterricht des mathematischen Denkens, Mathematik und Computererziehung, Bd. 37, Iss. 2, (Frühjahr 2003): 240-247.

Titu Andreescu, Ion Cucurezeanu, Dorin Andrica, Eine Einführung in die diophantischen Gleichungen, Birkhäuser, 2010, ISBN 978-0-8176-4548-9.

Titu Andreescu, Dorin Andrica, Zahlentheorie – Strukturen, Beispiele und Probleme, Birkhäuser, 2009, ISBN: 978-0-8176-3245-8.

Lupu Costică. Methoden zur Lösung diophantiner Gleichungen in der Sekundarstufe in Rumänien. Wissenschaftsjournal für Bildung, Band 2, Nr. 1, 2014, S. 22-32. DOI: 10.11648/J.sjedu.20140201.14.

<https://sites.millersville.edu/bikenaga/number-theory/linear-diophantine-equations/linear-diophantine-equations.html>

Zahlentheorie – Diophantische Gleichungen

<https://www.math.utoronto.ca/beni/putnam/2020/2020-NT-diophantine-equations.pdf>

Jeffrey Shallit, Das Frobenius-Problem und seine Verallgemeinerungen, <https://cs.uwaterloo.ca/~shallit/Talks/frob14.pdf>

Matthias Beck, How to change coins, M&M's, or chicken nuggets: the linear

diophantine problem of Frobenius, Kapitel in Resources for Teaching Discrete Mathematics Classroom Projects, History Modules, and Articles , S. 65 - 74

DOI: <https://doi.org/10.5948/UPO9780883859742.011>.

<https://matthbeck.github.io/papers/frobprojects.pdf>

Nadeem Aslam, Jay Villanueva, Lösen diophantische Probleme mit Excel

<https://www.pearson.com/content/dam/one-dot-com/one-dot-com/us/en/files/ICTCM20-Proceedings-Aslam-Villanueva.pdf>

DR. R.ANBUSELVI, J.SIVASANKARI, Anwendungen diophantischer Gleichungen in chemischen Gleichungen, JETIR Juni 2019, Band 6, Ausgabe 6, 371-373.

Deepinder Kaur, Meenal Sambhor, Diophantische Gleichungen und ihre Anwendungen im wirklichen Leben, International Journal of Mathematics und ihre Anwendungen

Band 5, Heft 2-B (2017), 217-222, ISSN: 2347-1557.

Rania. B. M. Amer, Die mathematische Analyse linearer diophantischer Gleichungen mit zwei und drei Variablen und ihre Anwendungen, The Egyptian International Journal of Engineering Sciences and Technology, Bd. 42 (2023) 23–28,

DOI: 10.21608/eijest.2022.164811.1185.

Mark Kenneth C. Engcot, Kryptographie mit linearer diophantischer Gleichung, International Journal of Recent Research in Mathematics, Computer Science and Information Technology, Band 9, Ausgabe 1, S: (28-33), Monat: April 2022-September 2022.

R. Radha, G. Janaki, Anwendungen diophantischer Gleichungen in chemischen Reaktionen und Kryptographie, Türkisches Journal für Computer- und Mathematikdidaktik, Vol.12No.7 (2021), 3175-3178.

Kongruenzen und lineare diophantische Gleichungen

[HTTPS://math.librarytexts.org/bookshelves/combinatorics_and_discrete_mathematics/yet_ontherer_introductory_number_theory_textbook_-_cryptology_mphasis_\(PTZ\)/02 %3a_congruence/2.02 %3a_linear_congruence](HTTPS://math.librarytexts.org/bookshelves/combinatorics_and_discrete_mathematics/yet_ontherer_introductory_number_theory_textbook_-_cryptology_mphasis_(PTZ)/02 %3a_congruence/2.02 %3a_linear_congruence)

David C. Lay, Lineare Algebra und ihre Anwendungen, 3. Auflage, Pearson's Publishing House, 2002.

2. STEAME ACADEMY Framework*

Zusammenarbeit von Lehrern

Lehrer 1: Mathematiklehrer – erklärt die mathematische Theorie der linearen nicht-homogenen diophantischen Gleichungen von zwei und mehr Variablen, Methoden zur Lösungsfindung und wie sie zur Modellierung und Lösung alltäglicher Probleme angewendet werden. Führt die Schülerinnen und Schüler in das Frobenius-Münzproblem ein.

Lehrer 2: IT-Lehrer – erklärt den Schülern, wie lineare nicht-homogene diophantische Gleichungen in MS Excel-Tabellen oder einer ähnlichen Software gelöst werden können. Führt die Schülerinnen und Schüler in Webanwendungen

zur Lösung solcher Gleichungen ein.

Lehrer 3: Chemielehrer – Erklärt den Schülern die Theorie chemischer Gleichungen und wie man eine chemische Gleichung ausgleicht.

Lehrer 4: Physik (Ingenieurwesen) Lehrer – unterrichtet die Schüler über Netzwerke und Netzwerkflüsse.

Lehrer 5: Entrepreneurship Teacher – führt die Schüler in betriebswirtschaftliche Probleme ein, die mit Hilfe linearer diophantischer Gleichungen modelliert und gelöst werden können.

STEAME in Life (SiL)
Organisation

(Fakultativ) Die Schulleitung kann ein Treffen mit einem Netzwerktechniker organisieren, der eingeladen werden kann, um den Schülern zu erklären, wie Probleme des Netzwerkflusses modelliert und gelöst werden.

Formulierung eines
Aktionsplans

Schritt 1. Erwerb theoretischer mathematischer Kenntnisse. Die Studierenden lernen die mathematische Theorie linearer nicht-homogener diophantischer Gleichungen und Methoden zur Lösungsfindung kennen.

Schritt 2. Erwerb von Computerkenntnissen. Die Schüler lernen, wie sie Excel oder eine andere Tabellenkalkulationssoftware verwenden können, um lineare diophantische Gleichungen zu lösen.

Schritt 3. Modellierung und Anwendungen. Die Studierenden lernen, wie Probleme in der Chemie (Ausgleich chemischer Gleichungen), Physik oder Ingenieurwissenschaften (Strömungen in Netzwerken) und Entrepreneurship (Wirtschaft) mit Hilfe linearer diophantischer Gleichungen modelliert und gelöst werden können.

Schritt 4. Präsentation des Abschlussprojekts und Bewertung. Jede/r Studierende wählt einen oder mehrere der betrachteten Anwendungsbereiche linearer diophantiner Gleichungen – Chemie, Ingenieurwesen, Wirtschaft oder Alltag – und löst ein Problem in diesem Bereich (oder diesen Bereichen), indem er es mit einer linearen diophantischen Gleichung modelliert. Jeder Schüler löst die erhaltene Gleichung von Hand mit einer der im Mathematikunterricht erlernten Methoden und mit Hilfe einer Tabellenkalkulationssoftware (oder Webanwendung). Die Schülerinnen und Schüler bereiten eine Präsentation mit dem von ihnen bearbeiteten Problem und dessen Lösung vor und präsentieren ihre Projekte vor den Lehrern und ihren Mitschülern. Jeder Lehrer folgt der Methodik der Assessment-Stufe, d.h. er beurteilt das Wissen, die analytischen Fähigkeiten sowie die Präsentations- und Kommunikationsfähigkeiten der Schüler.

* Die endgültigen Elemente des Rahmens werden derzeit ausgearbeitet,

3. Ziele und Methoden

Lernziele und Ziele

Nach Abschluss der Schulung sollten die Teilnehmer wissen:

- Was eine diophantische Gleichung ist.
- Was eine lineare diophantische Gleichung ist. Die beiden Grundtypen der linearen diophantischen Gleichungen – homogen und inhomogen und

	<p>wenn eine inhomogene lineare diophantische Gleichung in ganzzahligen Zahlen lösbar ist.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Welche Methoden werden verwendet, um lineare nicht-homogene diophantische Gleichungen zu lösen? - Wie lineare nicht-homogene diophantische Gleichungen in positiven ganzen Zahlen in Excel oder einem anderen Tabellenkalkulationsprogramm gelöst werden. - Wie lineare nicht-homogene diophantische Gleichungen zur Modellierung von Problemen in Naturwissenschaften, Ingenieurwissenschaften, Wirtschaft und Alltag genutzt werden können.
Lernergebnisse und erwartete Ergebnisse	<p>Die Studierenden verfügen über Kenntnisse der Methoden zur Lösung linearer diophantiner Gleichungen und sind in der Lage, solche Gleichungen von Hand und mit Hilfe von MS Excel zu lösen. Die Studierenden sind in der Lage, einfache Probleme in Chemie, Ingenieurwesen, Wirtschaft und Alltag durch lineare, inhomogene diophantische Gleichungen von zwei oder mehr Variablen zu modellieren.</p>
	<p>Nach Abschluss des Unterrichts werden die Schüler in der Lage sein:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Die grundlegenden Methoden zur Lösung linearer diophantischer Gleichungen zu verstehen und zu erklären. - Um lineare diophantische Gleichungen in einer Tabellenkalkulationssoftware wie MS Excel zu lösen. - Modellierung von Problemen in der Chemie (Ausgleich chemischer Gleichungen), Konstruktion von Netzwerken (Strömungen in Netzwerken), Wirtschaft und Alltag mit Hilfe der linearen inhomogenen diophantischen Gleichung von zwei oder mehr Variablen.
Vorkenntnisse und Voraussetzungen	<p>Die Studierenden sollten in der Lage sein:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Um lineare Gleichungen und lineare Ungleichungen einer Variablen zu lösen. - Kenntnisse der Teilbarkeitsregeln zu besitzen und zu wissen, wie man den größten gemeinsamen Teiler gcd zweier positiver ganzer Zahlen durch den euklidischen Algorithmus findet. - Grundkenntnisse im Umgang mit einer Tabellenkalkulationssoftware wie MS Excel (Datenformat, Dateneingabe usw.) zu haben. - Um eine Präsentation (.ppt oder einem anderen Format) vorzubereiten und vor einem Publikum zu präsentieren.
	<p>Erwartete Ergebnisse:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Besseres und tieferes Verständnis der Prinzipien der Mathematik und des mathematischen Wissens. - Entwicklung analytischer Fähigkeiten durch Modellierung mit multivariablen Gleichungen und Anwendung verschiedener Methoden zur Erzielung ihrer Lösungen. - Entwicklung von Computerkenntnissen durch die Verwendung einer Tabellenkalkulationssoftware zum Lösen von Gleichungen.

<p>Motivation, Methodik, Strategien, Gerüste</p>	<ul style="list-style-type: none"> - <i>Besseres Verständnis dafür, wie Mathematik auf andere Wissenschaften, Ingenieurwissenschaften und Wirtschaft angewendet wird und dass mathematisches Wissen zur Lösung von Problemen des täglichen Lebens erforderlich ist.</i> <p><i>Eine Hauptaufgabe dieses Lernkurses ist es, die analytischen Fähigkeiten der Schüler zu entwickeln, indem ihnen beigebracht wird, wie man Probleme mit multivariablen linearen Gleichungen modelliert und löst. Ziel des Unterrichts ist es, die mathematischen Kenntnisse und das kritische Denken der Schülerinnen und Schüler zu verbessern und die wichtige Rolle zu unterstreichen, die die Mathematik in anderen Naturwissenschaften, Ingenieurwissenschaften, Wirtschaft und Alltag spielt. Das andere Hauptziel dieses Unterrichts ist es, die Computerkenntnisse der Schüler weiter zu entwickeln, indem ihnen beigebracht wird, wie man lineare diophantische Gleichungen in positiven ganzen Zahlen mit Hilfe einer Tabellenkalkulation löst. Zu den angewandten Methoden gehört die Umsetzung interdisziplinärer Verbindungen zwischen Mathematik, Naturwissenschaften (Chemie), Ingenieurwissenschaften und Entrepreneurship (Wirtschaft).</i></p>
--	--

4. Vorbereitung und Mittel

<p>Vorbereitung, Platzeinstellung, Tipps zur Fehlerbehebung</p>	<p><i>In der Anfangsphase ist der leitende Lehrer der Mathematiklehrer, der das theoretische Wissen über lineare diophantische Gleichungen, grundlegende Methoden zur Suche nach ihren Lösungen und Anwendungen in alltäglichen Problemen vermittelt. Sie/er gibt den Schülern verschiedene Probleme und hilft ihnen, die richtigen Lösungen zu finden. In der nächsten Phase erklärt der IT-Lehrer den Schülern, wie man lineare diophantische Gleichungen in Tabellenkalkulationssoftware wie MS Excel löst. Dann stellen der Chemielehrer, der Physik- oder Ingenieurlehrer und der Lehrer für Unternehmertum den Schülern Probleme aus ihrem Fach vor, die durch lineare diophantische Gleichungen modelliert werden können. Die Schülerinnen und Schüler modellieren unter Anleitung des Mathematik- und IT-Lehrers das Problem mit der richtigen Gleichung und lösen es. Alle Lehrenden (jeder entsprechend seiner Kompetenzen) arbeiten mit den Schülerinnen und Schülern an der Lösung ihrer Probleme zusammen und zeigen damit den interdisziplinären Charakter des projektbasierten Lernens.</i></p> <p><i>Es werden Unterrichtsquellen, digitales und Papiermaterial mit den entsprechenden Referenzen verwendet, die für die Umsetzung des Lernplans benötigt werden.</i></p>
<p>Ressourcen, Werkzeuge, Material, Anbaugeräte, Ausrüstung</p>	<p><i>Die Schülerinnen und Schüler arbeiten im Klassenzimmer und in einem Computerraum und erwerben neue Kenntnisse und Fähigkeiten. Sie diskutieren gemeinsam als Team in einem STEAM-Zentrum oder einer anderen sicheren Umgebung mit ihren Lehrern. Lehrkräfte sollten über geeignete Lernressourcen wie Präsentationen, Videos, Praxisbeispiele usw. verfügen. Einige Materialien und Videos, die zur ersten Motivation der Schüler zu diesem Thema verwendet werden können, sind die folgenden:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> ● <i>Lineare diophantische Gleichungen, ein Kapitel in: Das Erbe von Thales</i>

von W.S. Anglin, J. Lambek, Springer, 1995.

- https://math.libretexts.org/Courses/Mount_Royal_University/MATH_2150%3A_Higher_Arithmetic/5%3A_Diophantine_Equations/5.1%3A_Linear_Diophantine_Equations
- <https://www.math.uwaterloo.ca/~zcramer/MathCircles/LDE1Problems.pdf>
- <https://www.math.uwaterloo.ca/~zcramer/MathCircles/LDE2Problems.pdf>

Die Lehrer verwenden auch die Referenzen auf der ersten Seite dieses Plans sowie:

- Kommunikations- und Kollaborationsplattformen - Google Meet, Google Classroom, Zoom, Skype usw.
- E-Learning-Plattform - Google Classroom, Moodle, etc.

Gesundheit und Sicherheit

Schüler und Lehrer arbeiten in einer gesunden und sicheren Umgebung.

5. Umsetzung

Unterrichtsaktivitäten, Verfahren, Reflexionen

Dieser Plan wird mit einem Schwerpunkt auf Kursen in Mathematik, IT, Chemie, Physik oder Ingenieurwesen, Unternehmertum oder in einem STEAME-Interessenclub entwickelt. Deckt die Studienfächer ab:

- Mathematik
- Chemie
- Physik oder Ingenieurwesen
- ES
- Unternehmertum
- Präsentations- und Kommunikationsfähigkeiten

Lehrkräfte planen ihre Aktivitäten in der Google-Umgebung mit Google Kalender und Google Classroom als Teil des Lehrplans. Die Studierenden werden aktiv durch praktische Erfahrungen und Forschung einbezogen, die als eigenständige Arbeit durchgeführt werden und im Unterricht besprochen werden können.

Es gibt 10 Lernstunden, die auf einer 40-minütigen Lektion basieren. Alle Kurse finden einmal in der Woche mit einem Lehrplan für 10 aufeinanderfolgende Wochen statt.

- 4 Stunden für die mathematische Theorie linearer nicht-homogener diophantischer Gleichungen, Lösung alltäglicher Probleme
- 2 Stunden für die Nutzung der IT zum Lösen linearer, inhomogener diophantischer Gleichungen in Excel oder einer anderen Tabellenkalkulationssoftware

- 1 Stunde zum Ausbalancieren chemischer Gleichungen mit linearen, inhomogenen diophantischen Gleichungen
- 1 Stunde für Probleme mit Netzwerkflüssen (optional, einschließlich eines Treffens mit einem Netzwerktechniker, der zur Teilnahme an der Lektion eingeladen ist)
- 1 Stunde für die Modellierung von Geschäftsproblemen
- 1 Stunde für die Präsentation der Projekte der Studierenden

Bewertung - Bewertung

Die Präsentation der Endergebnisse findet vor den Lehrern und Klassenkameraden statt, wobei jeder Schüler das von ihm gelöste Problem und die von ihm verwendeten Methoden vorstellt. Jede Präsentation wird von den Lehrern bewertet. Schlüsselfaktoren sind: theoretisches Wissen der Studierenden, Vertiefung des Wissens, analytisches Denkvermögen, Anwendung theoretischer Konzepte, Kommunikations- und Präsentationsfähigkeiten.

Präsentation - Berichterstattung - Teilen

Alle Präsentationen mit den Ergebnissen der Arbeit werden auf die Website der Schule hochgeladen und Informationen in den sozialen Medien veröffentlicht. Die Projekte können zu Fallstudien weiterentwickelt und von Schülerinnen und Schülern sowie Lehrkräften in ihren Klassen als Unterrichtsmaterialien eingesetzt und/oder als Einzelprojekte weiterentwickelt werden.

Erweiterungen - Weitere Informationen

--

Ressourcen für die Entwicklung der STEAME ACADEMY Lern- und Kreativitätsplan-Vorlage

Im Falle des Lernens durch projektbasierte Aktivität

STEAME ACADEMY Prototyp/Leitfaden für Lern- und Kreativitätsansatz

Formulierung eines Aktionsplans

Wichtige Schritte im STEAME-Lernansatz:

STUFE I: Vorbereitung durch einen oder mehrere Lehrer

1. Formulierung erster Überlegungen zu den zu behandelnden Themenbereichen:

Lineare diophantische Gleichungen sind ein wichtiges und gut untersuchtes Problem in der Zahlentheorie (die Königin der Mathematik genannt). Die Wurzeln der Zahlentheorie gehen auf die ersten Gelehrten zurück, als Mathematiker begannen, die grundlegenden Eigenschaften von Zahlen im alten Ägypten, Babylon, Griechenland usw. zu erforschen. Die ersten Mathematiker, die sich im antiken Griechenland mit der Zahlentheorie beschäftigten, waren die Mitglieder der Schule des Pythagoras. Ihr Vermächtnis wurde von Gelehrten wie Euklid und Diophantos von Alexandria, der als "Vater der Algebra" bekannt ist, weiterentwickelt. Die Schülerinnen und Schüler machen sich bereits in der frühen Phase ihrer schulischen Ausbildung mit grundlegenden Elementen der Zahlentheorie vertraut, wie z.B. Teilbarkeitsregeln und dem euklidischen Algorithmus zur Ermittlung des gcd. Auf der anderen Seite werden eine Vielzahl von Problemen des Alltags und der Wirtschaft, aber auch Probleme aus den Natur- und Ingenieurwissenschaften mit linearen Gleichungssystemen modelliert, die sich auf eine lineare diophantische Gleichung für zwei oder mehr Variablen reduzieren lassen. Vereinfachte Versionen solcher Aufgaben können verwendet werden, um Schülern der 6. und 7. Klasse eine Vielzahl von Anwendungen linearer, inhomogener diophantischer Gleichungen zu demonstrieren. Ziel ist es, interdisziplinäre Verbindungen zwischen Mathematik auf der einen Seite und Chemie, Physik bzw. Ingenieurwesen und Entrepreneurship auf der anderen Seite herzustellen.

2. Einbeziehung der Welt der weiteren Umwelt / Arbeit / Wirtschaft / Eltern / Gesellschaft / Umwelt / Ethik:

Ein professioneller Netzwerktechniker kann eingeladen werden, um den Schülern zu erklären, wie Probleme des Netzwerkflusses mit linearen Gleichungen modelliert werden.

3. Altersgruppe der Schülerinnen und Schüler - Assoziation mit dem offiziellen Lehrplan - Festlegung von Zielen und Vorgaben

Das Thema richtet sich an Schülerinnen und Schüler der Klassen 6-7 der Sekundarschule. Im Mathematikunterricht lernen die Schüler in der 5. Klasse (in bulgarischen Schulen) zunächst die Grundlagen der Zahlentheorie – Teilbarkeitsregeln und den euklidischen Algorithmus für gcd. In der 6. Klasse begegnen die Schülerinnen und Schüler erstmals dem Begriff Gleichung und lernen, wie man lineare Gleichungen einer unbekannten Variablen löst und wie man solche Gleichungen zur Modellierung von Problemen in verschiedenen Bereichen verwendet. Sie lernen die Ganzzahl q kennen. Im IT-Unterricht lernen die 6. Klassen die Grundlagen von MS Excel, im Chemieunterricht – wie man eine chemische Reaktion durch eine chemische Gleichung ausdrückt und im Unterricht Technologie und Unternehmertum – wie man einfache Geschäfts- und Geldprobleme löst. Lineare Ungleichungen, an denen eine Unbekannte beteiligt ist, werden in der 7. Klasse der bulgarischen Sekundarschule unterrichtet. Ziel dieses Unterrichts ist es, das Wissen über lineare Gleichungen zu erweitern, indem die Schüler der 6. und 7. Klasse über lineare Gleichungen mit zwei oder mehr Variablen unterrichtet werden, die nicht im gesamten Bereich der reellen Zahlen, sondern nur in positiven ganzen Zahlen (oder nicht-negativen ganzen Zahlen) gelöst werden. Die Konstruktion mathematischer Modelle mit multivariablen Gleichungen ist hilfreich, um die analytischen Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler zu entwickeln und ein tieferes Wissen in der Mathematik und ihrer Verbindung zu anderen Fächern zu schaffen und aufrechtzuerhalten. Da diophantische Gleichungen häufig bei mathematischen Wettbewerben und Olympiaden anzutreffen sind, kann ihre Aufnahme in den Lehrplan für die Schüler bei der Vorbereitung auf die Teilnahme an solchen Wettbewerben von Vorteil sein.

4. Organisation der Aufgaben der Beteiligten - Benennung des Koordinators - Arbeitsplätze etc.

Die Lehrer organisieren die Ausbildung und unterstützen die Arbeit der Schüler; Sie motivieren die Schüler und stellen eine echte Aufgabe, die es zu erfüllen gilt; Die Schulleitung unterstützt die Organisation von Treffen mit einem Ingenieur (optional), die außerschulische Organisation der Arbeit sowie die Präsentation der Ergebnisse vor einem geeigneten Publikum. Der Mathematiklehrer kann die Rolle des Koordinators spielen. Als Arbeitsstätten dienen ein Klassenzimmer und ein Computerraum.

STUFE II: Formulierung des Aktionsplans (Schritte 1-18)

Vorbereitung (durch Lehrer)

1. Bezug zur realen Welt – Reflexion

Probleme des Ausgleichs chemischer Reaktionen, des Entwerfens von Netzwerken (Netzwerkfluss), der Kryptographie, des Unternehmertums (Business) und des Alltagslebens können mit Hilfe linearer nicht-homogener diophanischer Gleichungen modelliert und gelöst werden.

2. Ansporn – Motivation

Der Mathematiklehrer führt die Schülerinnen und Schüler in die Theorie der linearen diophantischen Gleichungen und Methoden zur Lösungsfindung ein. Der Mathelehrer verwendet meist Beispiele aus dem Alltag. Der Chemie-, Physik- (oder Ingenieurs-) Lehrer und der Lehrer für Unternehmertum stellen den Schülern Probleme aus ihren Fächern, die durch lineare diophantische Gleichungen modelliert werden können. Der IT-Lehrer erklärt den Schülern, wie solche Gleichungen mithilfe von Tabellenkalkulationen gelöst werden können. Die Schülerinnen und Schüler werden durch reale Probleme motiviert, die sie durch die Anwendung mathematischer Kenntnisse lösen sollen.

3. Formulierung einer Problemstellung (ggf. in Stufen oder Phasen), die sich aus den oben genannten Punkten ergibt

Die Schülerinnen und Schüler werden zunächst vom Mathematiklehrer in ein alltägliches Problem eingeführt, das durch eine lineare, inhomogene diophantische Gleichung aus zwei Variablen modelliert werden kann. Der Mathematiklehrer hilft den Schülern bei der Konstruktion des Modells und beim Lösen der Gleichung in positiven ganzen Zahlen mit Hilfe des Wissens über die Teilbarkeitsregeln. Dann beginnt der Mathelehrer mit dem neuen Wissen darüber, was eine lineare diophantische Gleichung ist und mit welchen Methoden sie gelöst werden kann.

Entwicklung (durch Schüler) – Anleitung & Evaluation (in 9-11, durch Lehrer)

4. Hintergrunderstellung - Suchen / Sammeln von Informationen:

Neues Wissen, das bei der Lösung von Problemen angewendet wird. Die Schülerinnen und Schüler werden dazu angehalten, selbst im Internet und in anderen Quellen nach Informationen zu suchen. Die Studierenden nutzen diese Informationen bei der Vorbereitung ihrer Abschlussarbeiten.

5. Vereinfachen Sie das Problem: Konfigurieren Sie das Problem mit einer begrenzten Anzahl von Anforderungen.

Die Aufgabenstellung ist klar formuliert und mit den notwendigen Informationen versehen.

6. Case Making - Entwerfen - Identifizieren von Materialien für das Bauen / Entwickeln / Erstellen

Die Aufgabe, die die Studierenden erhalten, ist klar definiert.

7. Konstruktion - Workflow - Umsetzung von Projekten

Einführungsschulung mit relevanten Beispielen - Ein reales Problem stellen - Zusatzschulung - Eine Lösung für das Problem finden - Präsentation der Ergebnisse

8. Beobachtung-Experimentieren - Erste Schlussfolgerungen

Die Schülerinnen und Schüler lösen unter Anleitung des Mathematik- und IT-Lehrers Probleme aus Chemie, Ingenieurwesen, Wirtschaft, Kryptographie und Alltag. Sie lernen, wie man solche

Probleme mit linearen diophantischen Gleichungen modelliert und wie man sie mit den neu erlernten Methoden und auch mit Hilfe der IT von Hand und auch mit Hilfe der IT in einer Tabellenkalkulationssoftware wie MS Excel löst.

- 9. Dokumentation - Suche nach Themenbereichen (KI-Feldern), die sich auf das untersuchte Thema beziehen – Erläuterung auf der Grundlage bestehender Theorien und / oder empirischer Ergebnisse**

Die Studierenden verfügen über die notwendigen theoretischen Informationen und Beispiele.

- 10. Sammlung von Ergebnissen / Informationen auf der Grundlage der Punkte 7, 8, 9**

Bei jedem Schritt berichten die Lehrer über den Fortschritt der Schüler.

- 11. Erste Gruppenpräsentation von Studierenden**

Die Studierenden präsentieren die Ergebnisse ihrer Arbeit in Form einer .ppt oder einer anderen Präsentation.

Konfiguration & Ergebnisse (durch Schüler) – Anleitung & Bewertung (durch Lehrer)

- 12. Konfigurieren von STEAME-Modellen zur Beschreibung/Darstellung/Veranschaulichung der Ergebnisse**

- 13. Studieren der Ergebnisse in 9 und Schlussfolgerungen mit 12**

- 14. Anwendungen im Alltag - Vorschläge zur Entwicklung 9 (Entrepreneurship - SIL Days)**

Rezension (durch Lehrer)

- 15. Überprüfen Sie das Problem und überprüfen Sie es unter anspruchsvoller Bedingungen**
Projektabchluss (durch Schüler) – Anleitung und Bewertung (durch Lehrer)

- 16. Wiederholen Sie die Schritte 5 bis 11 mit zusätzlichen oder neuen Anforderungen, wie in 15 formuliert**

- 17. Untersuchung - Fallstudien - Erweiterung - Neue Theorien - Überprüfung neuer Schlussfolgerungen**

- 18. Präsentation der Schlussfolgerungen - Kommunikationstaktiken.**

STUFE III: STEAME ACADEMY Aktionen und Zusammenarbeit in kreativen Projekten für Schüler

Titel des Projekts: Lösen von Problemen mit Diophantus – Modellierung mit linearen diophantischen Gleichungen

Kurze Beschreibung/Gliederung der organisatorischen Vorkehrungen / Verantwortlichkeiten für das Handeln

BÜHN E	Aktivitäten/Schritte Lehrer 1 (T1) Kooperation mit T2, T3, T4, T5 und Studienberatung	Aktivitäten / Schritte Von Studierenden Altersgruppe: 12-13 Jahre	Aktivitäten / Schritte Lehrer 2 (T2) Kooperation mit T1, T3, T4, T5 und Studienberatung
Ein	Vorbereitung der Schritte 1,2,3		Zusammenarbeit in Schritt 1,2,3
B	Anleitung in Schritt 9	4,5,6,7,8,9,10	Unterstützung der Anleitung in Schritt 9
C	Kreative Bewertung	11	Kreative Bewertung
D	Beratung	12	Beratung
E	Beratung	13 (9+12)	Beratung
F	Organisation (SIL) STEAME im Leben	14 Treffen mit Unternehmensvertretern	Organisation (SIL) STEAME im Leben

G	Vorbereitung von Schritt 15		Zusammenarbeit in Schritt 15
H	Beratung	16 (Wiederholung 5-11)	Support-Anleitung
Ich	Beratung	17	Support-Anleitung
K	Kreative Bewertung	18	Kreative Bewertung