



Gefinancierd door de Europese Unie. De geuite standpunten en meningen zijn echter alleen die van de auteur(s) en komen niet noodzakelijkerwijs overeen met die van de Europese Unie of het Europees Uitvoerend Agentschap onderwijs en cultuur (EACEA). Noch de Europese Unie, noch het EACEA kan hiervoor verantwoordelijk worden gesteld.

STEAME ACADEMY
TEACHING FACILITATION LEARNING & CREATIVITY PLAN (L&C PLAN) - NIVEAU 1
STUDENT-DOCENTEN: *Problemen oplossen met Diophantus*

S	T	Eng	A	M	Ent
●	●	●		●	●

1. Overzicht

Titel	Problemen oplossen met Diophantus – Modelleren met lineaire Diophantische vergelijkingen		
Drijvende vraag of onderwerp	<i>Wie is Diophantus van Alexandrië en waarom wordt hij "de vader van de algebra" genoemd? Wat is een Diophantische vergelijking? Hoe wordt een lineaire Diophantische vergelijking opgelost? Hoe kunnen lineaire Diophantische vergelijkingen van twee of meer variabelen worden toegepast op het modelleren en oplossen van problemen in de scheikunde, natuurkunde of techniek (netwerkstromen), ondernemerschap (bedrijfsleven) en het dagelijks leven? Hoe kan IT worden toegepast bij het oplossen van lineaire Diophantische vergelijkingen?</i>		
Leeftijden, cijfers, ...	12-13 jaar oud	6-7 cijfers	
Duur, tijdlijn, activiteiten	10 lessen	10 lessen met elk een duur van 40 min.	1 les per week binnen 10 aaneengesloten weken
Afstemming van het curriculum	Wiskunde, Scheikunde, Natuurkunde of Techniek, Cryptografie, Ondernemerschap, IT (Excel of andere spreadsheetsoftware) Een belangrijk probleem in de getaltheorie zijn lineaire Diophantische vergelijkingen. In deze lessen leren de leerlingen over Diophantus van Alexandrië, bekend als "de vader van de algebra", en lineaire Diophantische vergelijkingen. Ze zullen leren hoe lineaire Diophantische vergelijkingen (homogeen en niet-homogeen) worden opgelost met behulp van verschillende methoden - met behulp van deelbaarheidsregels, de methode om een bepaalde oplossing te vinden met het uitgebreide Euclidische algoritme voor de grootste gemene deler (gcd) en vervolgens de formules voor de algemene oplossing te schrijven, en met behulp van de substitutiemethode van Euler (het scheiden van gehele en fractionele delen in analytische uitdrukkingen). De studenten bespreken het aantal oplossingen van dergelijke vergelijkingen – oplossingen in natuurlijke getallen en in gehele getallen. Ze zullen ook leren over het Frobenius-muntprobleem en de generalisaties ervan. De studenten leren hoe ze lineaire niet-homogene Diophantische vergelijkingen kunnen oplossen in Excel met behulp van de Oplosser-functie met beperkingen (of andere spreadsheetsoftware) of hoe ze dergelijke vergelijkingen kunnen oplossen met een webapplicatie. De studenten leren ook hoe ze wiskundige modellen kunnen construeren van problemen in de chemie (balanceren van chemische vergelijkingen), fysica of techniek (netwerkstromen), ondernemerschap (bedrijfsproblemen) en problemen in het dagelijks leven met lineaire niet-homogene Diophantische vergelijkingen van twee of meer variabelen.		

Medewerkers, partners

(Optioneel) Een professionele netwerkingenieur.

Samenvatting - Synopsis

De cursus begint met de wiskundige theorie van lineaire Diophantische vergelijkingen. De wiskundeleraar herinnert zich de basisgetaltheorie (vanaf de 5e klas) - deelbaarheidsregels en het Euclidische algoritme voor het vinden van de grootste gemene deler (gcd) van twee positieve gehele getallen. De wiskundeleraar kan beginnen met het introduceren van het nieuwe materiaal door de leerlingen een eenvoudig probleem uit het dagelijks leven voor te leggen dat kan worden gemodelleerd door een lineaire niet-homogene Diophantische vergelijking van twee variabelen. De docent begeleidt de leerlingen bij het maken van het model en het vinden van de oplossingen voor de verkregen vergelijking. De leerlingen gebruiken deelbaarheidsregels om de vergelijking op te lossen. Vervolgens laat de wiskundeleraar de leerlingen kennismaken met de term "Diophantische vergelijking", in het bijzonder met lineaire Diophantische vergelijkingen van twee variabelen ($ax + by = c$) en benadrukt hij de verschillen tussen een lineaire vergelijking van één variabele en een ongedefinieerde multivariabele vergelijking. De wiskundeleraar laat de leerlingen kennismaken met basismethoden voor het oplossen van lineaire niet-homogene Diophantische vergelijkingen: door gebruik te maken van deelbaarheidsregels, door het uitgebreide Euclidische algoritme te gebruiken om een bepaalde oplossing te vinden en vervolgens de formules voor de algemene oplossing te schrijven, en door de substitutiemethode van Euler. Bespreekt met de studenten de noodzakelijke en voldoende voorwaarde voor een dergelijke vergelijking om gehele oplossingen te hebben, het aantal gehele oplossingen en het aantal oplossingen in natuurlijke getallen (beperkingen voor de variabelen uitgedrukt door lineaire ongelijkheden). De wiskundeleraar laat ook zien hoe je een lineaire Diophantische vergelijking van meer dan twee variabelen oplost. De wiskundeleraar laat de leerlingen ook kennismaken met het Frobenius-muntenprobleem en de generalisaties ervan. Aan de meer gevorderde en nieuwsgierige leerlingen kan de wiskundeleraar de relatie tussen lineaire Diophantische vergelijkingen en congruenties uitleggen, d.w.z. hoe een dergelijke vergelijking kan worden uitgedrukt in de vorm van een lineaire congruentie. De wiskundeleraar kan ook uitleggen hoe lineaire Diophantische vergelijkingen kunnen worden toegepast op eenvoudige problemen in cryptografie.

Vervolgens laat de IT-docent de studenten kennismaken met de methoden die kunnen worden gebruikt voor het oplossen van lineaire niet-homogene Diophantische vergelijkingen in Excel.

De scheikundeleraar legt de leerlingen uit hoe ze een chemische vergelijking moeten balanceren die een chemische reactie uitdrukt, en legt samen met de wiskundeleraar uit hoe lineaire niet-homogene Diophantische vergelijkingen kunnen worden toegepast voor het balanceren van een chemische vergelijking.

De docent natuurkunde (techniek) laat de leerlingen kennismaken met netwerken en netwerkstromen. Optioneel kan het schoolbestuur een (netwerk)ingenieur uitnodigen om leerlingen kennis te laten maken met netwerken en problemen met netwerkflow. De wiskundeleraar en de natuurkundeleraar leggen de leerlingen uit hoe lineaire Diophantische vergelijkingen kunnen worden gebruikt voor het modelleren van een stroming in een netwerk.

De leraar ondernemerschap stelt de studenten zakelijke problemen die kunnen worden gemodelleerd met lineaire niet-homogene Diophantische vergelijkingen. De leerlingen kunnen de verkregen vergelijkingen met de hand oplossen met behulp van de methoden uit de wiskundelessen, of in een spreadsheetsoftware. Het werk aan het onderwerp duurt 10 uur.

Referenties,
Dankbetuigingen

Diophantus van Alexandrië
<https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Strick/diophantus.pdf>

Alfred S. Posamentier, Robert Geretschläger, Charles Li en Christian Spreitzer, De vreugde van de wiskunde: wonderen, nieuwigheden en verwaarloosde edelstenen die zelden worden onderwezen in de wiskundeles, Prometheus Books, 2017, ISBN 9781633882980.

Elizabeth Mauch en Yixun Shi, Toepassing van lineaire Diophantische vergelijkingen bij het onderwijzen van wiskundig denken, Wiskunde en computeronderwijs, Vol. 37, Iss. 2, (lente 2003): 240-247.

Titu Andreescu, Ion Cucurezeanu, Dorin Andrica, Een inleiding tot Diophantische vergelijkingen, Birkhauser, 2010, ISBN 978-0-8176-4548-9.

Titu Andreescu, Dorin Andrica, Getaltheorie - Structuren, voorbeelden en problemen, Birkhauser, 2009, ISBN: 978-0-8176-3245-8.

Lupu Costică. Methoden voor het oplossen van Diophantische vergelijkingen in het secundair onderwijs in Roemenië. Wetenschappelijk tijdschrift voor onderwijs, Vol. 2, nr. 1, 2014, pp. 22-32. DOI: 10.11648/j.sjedu.20140201.14.

<https://sites.millersville.edu/bikenaga/number-theory/linear-diophantine-equations/linear-diophantine-equations.html>

Getaltheorie – Diophantische vergelijkingen

<https://www.math.utoronto.ca/beni/putnam/2020/2020-NT-diophantine-equations.pdf>

Jeffrey Shallit, Het Frobenius-probleem en zijn generalisaties, <https://cs.uwaterloo.ca/~shallit/Talks/frob14.pdf>

Matthias Beck, Hoe munten, M&M's of kipnuggets te veranderen: het lineaire Diophantische probleem van Frobenius, Hoofdstuk in Resources for Teaching Discrete Mathematics Classroom Projects, History Modules, and Articles , pp. 65 - 74

DOI: <https://doi.org/10.5948/UPO9780883859742.011>.

<https://matthbeck.github.io/papers/frobprojects.pdf>

Nadeem Aslam, Jay Villanueva, Diophantische problemen oplossen door Excel

<https://www.pearson.com/content/dam/one-dot-com/one-dot-com/us/en/files/ICTCM20-Proceedings-Aslam-Villanueva.pdf>

DR. R.ANBUSELVI, J.SIVASANKARI, Toepassingen van Diophantische vergelijkingen in chemische vergelijkingen, JETIR juni 2019, Volume 6, Issue 6, 371-373.

Deepinder Kaur, Meenal Sambhor, Diophantische vergelijkingen en de toepassingen ervan in het echte leven, International Journal of Mathematics en zijn toepassingen

Jaargang 5, Nummer 2-B (2017), 217-222, ISSN: 2347-1557.

Rania. B. M. Amer, De wiskundige analyse van lineaire diophantische vergelijkingen met twee en drie variabelen en de toepassingen ervan, The Egyptian International Journal of Engineering Sciences and Technology, Vol. 42 (2023) 23-28,

DOI: 10.21608/eijest.2022.164811.1185.

Mark Kenneth C. Engcot, Cryptografie met behulp van lineaire diophantische vergelijking, International Journal of Recent Research in Mathematics Computer Science and Information Technology, Vol. 9, nummer 1, pp: (28-33), maand: april 2022-september 2022.

R. Radha, G. Janaki, Toepassingen van Diophantische vergelijkingen in chemische reacties en cryptografie, Turks tijdschrift voor computer- en wiskundeonderwijs, Vol.12No.7 (2021), 3175-3178.

Congruencies en lineaire Diophantische vergelijkingen

[https://math.libretexts.org/Bookshelves/Combinatorics_and_Discrete_Mathematics/Yet_Another_Introductory_Number_Theory_Textbook_-_Cryptology_Emphasis_\(Poritz\)/02%3A_Congruences/2,02%3A_Linear_Congruences](https://math.libretexts.org/Bookshelves/Combinatorics_and_Discrete_Mathematics/Yet_Another_Introductory_Number_Theory_Textbook_-_Cryptology_Emphasis_(Poritz)/02%3A_Congruences/2,02%3A_Linear_Congruences)

David C. Lay, Lineaire algebra en zijn toepassingen, 3e editie, Pearson's Publishing House, 2002.

<p>Samenwerking van leerkrachten</p>	<p>Leraar 1: Wiskundeleraar - legt de wiskundige theorie uit van lineaire niet-homogene Diophantische vergelijkingen van twee en meer variabelen, methoden voor het vinden van hun oplossingen en hoe ze worden toegepast voor het modelleren en oplossen van alledaagse problemen. Laat de leerlingen kennismaken met het Frobenius-muntprobleem.</p> <p>Leraar 2: IT-leraar – legt de leerlingen uit hoe lineaire niet-homogene Diophantische vergelijkingen kunnen worden opgelost in MS Excel-spreadsheets of andere soortgelijke software. Laat de leerlingen kennismaken met webapplicaties voor het oplossen van dergelijke vergelijkingen.</p> <p>Leraar 3: Leraar scheikunde - Legt de leerlingen de theorie van chemische vergelijkingen uit en hoe een chemische vergelijking in evenwicht te brengen.</p> <p>Leraar 4: Natuurkunde (Techniek) Leraar – leert studenten over netwerken en netwerkstromen.</p> <p>Leraar 5: Leraar ondernemerschap - laat studenten kennismaken met zakelijke problemen die kunnen worden gemodelleerd en opgelost met behulp van lineaire Diophantische vergelijkingen.</p>
<p>STEAME in Life (SiL) organisatie</p>	<p>(Optioneel) Het schoolbestuur kan een vergadering organiseren met een netwerkingenieur die kan worden uitgenodigd om de leerlingen uit te leggen hoe problemen met de netwerkstroom worden gemodelleerd en opgelost.</p>
<p>Formulering van het actieplan</p>	<p>Stap 1. Verwerving van theoretische wiskundige kennis. De studenten leren over de wiskundige theorie van lineaire niet-homogene Diophantische vergelijkingen en methoden voor het vinden van hun oplossingen.</p> <p>Stap 2. Verwerving van computervaardigheden. De studenten leren hoe ze Excel of andere spreadsheetsoftware kunnen gebruiken om lineaire Diophantische vergelijkingen op te lossen.</p> <p>Stap 3. Modelleren en toepassingen. De studenten leren hoe problemen in de scheikunde (balanceren van chemische vergelijkingen), natuurkunde of techniek (stromingen in netwerken) en ondernemerschap (bedrijfskunde) kunnen worden gemodelleerd en opgelost met behulp van lineaire Diophantische vergelijkingen.</p> <p>Stap 4. Presentatie van het eindproject en evaluatie. Elke student kiest een of meer van de overwogen toepassingsgebieden van lineaire Diophantische vergelijkingen - Scheikunde, Techniek, Zakenwereld of het dagelijks leven en lost een probleem op dit gebied (of gebieden) op door het te modelleren met een lineaire Diophantische vergelijking. Elke student lost de verkregen vergelijking met de hand op met behulp van een van de methoden die in de wiskundelessen zijn geleerd en met behulp van een spreadsheetsoftware (of webapplicatie). De studenten bereiden een presentatie voor met het probleem waaraan ze hebben gewerkt en de oplossing ervan en presenteren hun projecten voor de docenten en hun klasgenoten. Elke docent volgt de methodologie van het beoordelingsniveau, d.w.z. beoordeelt de kennis, analytische vaardigheden en presentatie- en communicatievaardigheden van studenten.</p>

* in ontwikkeling van de laatste elementen van het kader

Leerdoelen en doelstellingen

Na afronding van de opleiding moeten de studenten het volgende weten:

- Wat een Diophantische vergelijking is.
- Wat een lineaire Diophantische vergelijking is. De twee basistypen van lineaire Diophantische vergelijkingen - homogeen en niet-homogeen en wanneer een niet-homogene lineaire Diophantische vergelijking oplosbaar is in gehele getallen.
- Welke methoden worden gebruikt voor het oplossen van lineaire niet-homogene Diophantische vergelijkingen.
- Hoe lineaire niet-homogene Diophantische vergelijkingen worden opgelost in positieve gehele getallen in Excel of een ander spreadsheetprogramma.
- Hoe lineaire niet-homogene Diophantische vergelijkingen kunnen worden gebruikt voor het modelleren van problemen in de natuurwetenschappen, techniek, het bedrijfsleven en het dagelijks leven.

Leerresultaten en verwachte resultaten

Studenten verwerven kennis van de methoden die worden gebruikt voor het oplossen van lineaire Diophantische vergelijkingen en kunnen dergelijke vergelijkingen met de hand en met behulp van MS Excel oplossen. Studenten zullen in staat zijn om eenvoudige problemen in de scheikunde, techniek, het bedrijfsleven en het dagelijks leven te modelleren door lineaire niet-homogene Diophantische vergelijkingen van twee of meer variabelen.

Na het voltooien van de lessen kunnen de studenten:

- Het begrijpen en uitleggen van de basismethoden voor het oplossen van lineaire Diophantische vergelijkingen.
- Om lineaire Diophantische vergelijkingen op te lossen in een spreadsheet software zoals MS Excel.
- Het modelleren van problemen in de chemie (balanceren van chemische vergelijkingen), engineering van netwerken (stromingen in netwerken), het bedrijfsleven en het dagelijks leven met behulp van lineaire niet-homogene Diophantische vergelijking van twee of meer variabelen.

Vorkennis en vereisten

De studenten moeten in staat zijn om:

- Om lineaire vergelijkingen en lineaire ongelijkheden van één variabele op te lossen.
- Kennis bezitten van deelbaarheidsregels en weten hoe je de grootste gemene deler gcd van twee positieve gehele getallen kunt vinden door het Euclidische algoritme.
- Basiskennis hebben van het gebruik van spreadsheetsoftware zoals MS Excel (gegevensformaat, gegevensinvoer en enz.).
- Een presentatie (.ppt of een andere vorm) voorbereiden en presenteren aan een publiek.

Verwachte resultaten:

- Beter en dieper begrip van de principes van de wiskunde en wiskundige kennis.
- Het ontwikkelen van analytische vaardigheden door te modelleren met multivariabele vergelijkingen en het toepassen van verschillende methoden om hun oplossingen te verkrijgen.
- Het ontwikkelen van computervaardigheden door gebruik te maken van spreadsheetsoftware voor het oplossen van vergelijkingen.
- Een beter begrip van hoe wiskunde wordt toegepast op andere wetenschappen, techniek, het bedrijfsleven en dat wiskundige kennis nodig is voor het oplossen van problemen in het dagelijks leven.

Motivatie,
methodologie,
strategieën, steigers

Een belangrijke taak van deze leercursus is het ontwikkelen van de analytische vaardigheden van de studenten door hen te leren hoe ze problemen met multivariabele lineaire vergelijkingen kunnen modelleren en oplossen. Deze lessen zijn bedoeld om de wiskundige kennis en het kritisch denken van studenten te vergroten en om de belangrijke rol te onderstrepen die wiskunde speelt in andere wetenschappen, techniek, het bedrijfsleven en het dagelijks leven. Het andere belangrijke doel van deze lessen is om de computervaardigheden van de studenten verder te ontwikkelen door hen te leren hoe ze lineaire Diophantische vergelijkingen in positieve gehele getallen kunnen oplossen met behulp van een spreadsheet. De gebruikte methoden omvatten het implementeren van interdisciplinaire verbindingen tussen wiskunde, natuurwetenschappen (scheikunde), techniek en ondernemerschap (bedrijfskunde).

4. Voorbereiding en middelen

Voorbereiding, Ruimte-
instelling, Tips voor het
oplossen van problemen

In de beginperiode is de leidende leraar de wiskundeleraar die de theoretische kennis over lineaire Diophantische vergelijkingen presenteert, basismethoden voor het vinden van hun oplossingen en toepassingen in alledaagse problemen. Zij/hij legt verschillende problemen voor aan de studenten en faciliteert hen bij het vinden van de juiste oplossingen. In de volgende fase legt de IT-leraar de leerlingen uit hoe ze lineaire Diophantische vergelijkingen kunnen oplossen in spreadsheetsoftware, zoals MS Excel. Vervolgens stellen de scheikundeleraar, de natuurkunde- of techniekleraar en de leraar ondernemerschap de leerlingen problemen uit hun vak die kunnen worden gemodelleerd door lineaire Diophantische vergelijkingen. De leerlingen onder begeleiding van de wiskunde- en IT-leraar modelleren het probleem met de juiste vergelijking en lossen het op. Alle docenten (elk volgens hun competenties) werken samen met de studenten om hun problemen op te lossen, waardoor het interdisciplinaire karakter van projectmatig leren wordt aangetoond. Er wordt gebruik gemaakt van educatieve bronnen, digitaal en papieren materiaal met de bijbehorende referenties die nodig zijn voor de uitvoering van het leerplan.

Middelen,
gereedschappen,
materiaal, bijlagen,
uitrusting

Studenten werken in de klas en in een computerlokaal terwijl ze nieuwe kennis en vaardigheden opdoen. Ze discussiëren samen als een team in een STEAM-centrum of een andere beveiligde omgeving met hun docenten. Leraren moeten over de juiste leermiddelen beschikken, zoals presentaties, video's, praktijkvoorbeelden, enz. Enkele materialen en video's die kunnen worden gebruikt voor de eerste motivatie van studenten over het onderwerp zijn de volgende:

- *Lineaire Diophantische vergelijkingen, een hoofdstuk in: The Heritage of Thales door W.S. Anglin, J. Lambek, Springer, 1995.*
- https://math.libretexts.org/Courses/Mount_Royal_University/MATH_2150%3A_Higher_Arithmetic/5%3ADiophantine_Equations/5.1%3A_Linear_Diophantine_Equations
- <https://www.math.uwaterloo.ca/~zcramer/MathCircles/LDE1Problems.pdf>
- <https://www.math.uwaterloo.ca/~zcramer/MathCircles/LDE2Problems.pdf>

De docenten gebruiken ook de referenties op de eerste pagina van dit plan, evenals:

- *Communicatie- en samenwerkingsplatforms - Google Meet, Google Classroom, Zoom, Skype, enz.*

Gezondheid en veiligheid	<ul style="list-style-type: none"> ● E-learningplatform - Google klaslokaal, Moodle, enz. <p>Studenten en docenten werken in een gezonde en veilige omgeving.</p>
--------------------------	--

5. Uitvoering

<p>Educatieve activiteiten, procedures, reflecties</p>	<p><i>Dit plan is ontwikkeld met de nadruk op lessen in wiskunde, IT, scheikunde, natuurkunde of techniek, ondernemerschap of in een STEAME-interesseclub. Behandelt de onderwerpen van de studie:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> -Wiskunde -Scheikunde - Natuurkunde of techniek -HET -Ondernemingsgeest - Presentatie- en communicatievaardigheden <p><i>Docenten plannen hun activiteiten in de Google-omgeving met behulp van Google Agenda en Google Classroom als onderdeel van het curriculum. Studenten zijn actief betrokken door middel van praktische ervaring en onderzoek dat wordt uitgevoerd als onafhankelijk werk dat in de klas kan worden besproken.</i></p> <p><i>Er zijn 10 studie-uren op basis van een les van 40 minuten. Alle lessen worden één keer per week gegeven met een curriculum gedurende 10 opeenvolgende weken.</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - 4 uur voor wiskundige theorie van lineaire niet-homogene Diophantische vergelijkingen, het oplossen van alledaagse problemen - 2 uur voor het gebruik van IT voor het oplossen van lineaire niet-homogene Diophantische vergelijkingen in Excel of andere spreadsheetsoftware - 1 uur voor het balanceren van chemische vergelijkingen met lineaire niet-homogene Diophantische vergelijkingen - 1 uur voor problemen met netwerkstromen (optioneel inclusief een gesprek met een netwerkingenieur die wordt uitgenodigd om deel te nemen aan de les) - 1 uur voor het modelleren van zakelijke problemen - 1 uur voor de presentatie van de projecten van de studenten
Beoordeling - Evaluatie	<p><i>De presentatie van de eindresultaten vindt plaats in het bijzijn van de docenten en klasgenoten, waar elke student het probleem presenteert dat ze hebben opgelost en de methoden die ze hebben gebruikt. Elke presentatie wordt geëvalueerd door de docenten. Belangrijke factoren zijn: theoretische kennis van de student, diepgang van kennis, analytisch denkvermogen, toepassing van theoretische concepten, communicatie- en presentatievaardigheden.</i></p>
Presentatie - Rapportage - Delen	<p><i>Alle presentaties met de resultaten van het werk worden geüpload naar de website van de school en informatie wordt gepubliceerd op sociale media. De projecten kunnen worden doorontwikkeld tot casestudies en studenten en docenten kunnen ze in hun lessen gebruiken als lesmateriaal en/of verder worden ontwikkeld als individuele projecten.</i></p>
Extensies - Overige informatie	<p>--</p>

Bronnen voor de ontwikkeling van het STEAME ACADEMY Learning and Creativity Plan Template

In het geval van leren door middel van projectmatige activiteit

STEAME ACADEMY Prototype/Gids voor Leren & Creativiteit Aanpak Formulering van het actieplan

Belangrijke stappen in de STEAME-leeraanpak:

FASE I: Voorbereiding door een of meer docenten

- 1. Formulieren van eerste gedachten over de thematische sectoren/gebieden die aan bod moeten komen:**
Lineaire Diophantische vergelijkingen zijn een belangrijk en goed bestudeerd probleem in de getaltheorie (de koningin van de wiskunde genoemd). De wortels van de getaltheorie gaan terug tot de eerste geleerden toen wiskundigen de fundamentele eigenschappen van getallen begonnen te onderzoeken in het oude Egypte, Babylon, Griekenland en dergelijke. De eerste wiskundigen die in het oude Griekenland de getaltheorie bestudeerden, waren de leden van de school van Pythagoras. Hun nalatenschap werd verder ontwikkeld door geleerden als Euclides en Diophantus van Alexandrië, die bekend staat als "de vader van de algebra". Studenten maken zich in de beginfase van hun schoolopleiding vertrouwd met de basiselementen van de getaltheorie, zoals deelbaarheidsregels en het Euclidische algoritme voor het vinden van de gcd. Aan de andere kant worden een verscheidenheid aan problemen in het dagelijks leven en het bedrijfsleven, en ook problemen in de natuurwetenschappen en techniek, gemodelleerd met systemen van lineaire vergelijkingen die kunnen worden teruggebracht tot een lineaire Diophantische vergelijking voor twee of meer variabelen. Vereenvoudigde versies van dergelijke problemen kunnen worden gebruikt om aan^{6e} en 7e klassers een verscheidenheid aan toepassingen van lineaire niet-homogene Diophantische vergelijkingen te demonstreren. Het doel is om interdisciplinaire verbindingen te leggen tussen wiskunde enerzijds en scheikunde, natuurkunde of techniek en ondernemerschap anderzijds.
- 2. Betrokkenheid bij de wereld van de bredere omgeving / werk / bedrijf / ouders / samenleving / milieu / ethiek:**
Een professionele netwerkingenieur kan worden uitgenodigd om aan de studenten uit te leggen hoe problemen van netwerkstromen worden gemodelleerd met lineaire vergelijkingen.
- 3. Doelgroep van studenten - Associëren met het officiële curriculum - Doelen en doelstellingen stellen**
Het thema is bedoeld voor leerlingen in groep 6-7 van de middelbare school. In de wiskundelessen, in de 5e klas (op Bulgaarse scholen), leren de leerlingen eerst de basis van de getaltheorie - deelbaarheidsregels en het Euclidische algoritme voor gcd. In het 6e leerjaar komen de leerlingen voor het eerst in aanraking met de term vergelijking en leren ze hoe ze lineaire vergelijkingen van één onbekende variabele kunnen oplossen en hoe ze dergelijke vergelijkingen kunnen gebruiken om problemen op verschillende gebieden te modelleren. Ze leren over het gehele getal q . In de IT-lessen leren de 6e klassers de basis van MS Excel, in de lessen Scheikunde - hoe een chemische reactie uit te drukken door een chemische vergelijking, en in de lessen Technologie en Ondernemerschap - hoe eenvoudige zakelijke en geldproblemen op te lossen. Lineaire ongelijkheden waarbij één onbekende betrokken is, worden onderwezen in de 7e klas van de Bulgaarse middelbare school. Het doel van deze lessen is om de kennis van lineaire vergelijkingen uit te breiden door de leerlingen in de 6e en 7e klas te leren over lineaire vergelijkingen met twee of meer variabelen die niet in het hele veld van de reële getallen worden opgelost, maar alleen in positieve gehele getallen (of niet-negatieve gehele getallen). Het construeren van wiskundige modellen met multivariabele vergelijkingen is nuttig voor het ontwikkelen van de analytische vaardigheden van de studenten en het creëren en behouden van een diepere kennis van wiskunde en de verbinding met andere onderwerpen. Aangezien Diophantische vergelijkingen vaak worden aangetroffen in wiskundige wedstrijden en Olympiades, kan het opnemen ervan in het curriculum de studenten ten goede komen bij hun voorbereiding op deelname aan dergelijke wedstrijden.
- 4. Organisatie van de taken van de betrokken partijen - Aanwijzing van de coördinator - Werkplekken etc.**
De docenten organiseren de training en ondersteunen het werk van de studenten; ze motiveren de studenten en stellen een echte taak om te vervullen; De schoolleiding ondersteunt bij de organisatie van vergaderingen met een ingenieur (optioneel), de buitenschoolse organisatie van het werk en de

presentatie van de resultaten aan een geschikt publiek. De wiskundeleraar kan de rol van coördinator spelen. De te gebruiken werkplekken zijn een klaslokaal en een computerlokaal.

FASE II: Formulering van het actieplan (stappen 1-18)

Vorbereiding (door docenten)

1. Relatie tot de echte wereld – reflectie

Problemen van het balanceren van chemische reacties, het ontwerpen van netwerken (netwerkstroom), cryptografie, ondernemerschap (bedrijfsleven) en het dagelijks leven kunnen worden gemodelleerd en opgelost met behulp van lineaire niet-homogene Diophantische vergelijkingen.

2. Incentive – Motivatie

De wiskundeleraar laat de leerlingen kennismaken met de theorie van lineaire Diophantische vergelijkingen en methoden voor het vinden van hun oplossingen. De wiskundeleraar gebruikt vooral voorbeelden uit het dagelijks leven. De leraar scheikunde, natuurkunde (of techniek) en de leraar ondernemerschap stellen de studenten problemen uit hun vakken die kunnen worden gemodelleerd door lineaire Diophantische vergelijkingen. De IT-docent legt de leerlingen uit hoe dergelijke vergelijkingen kunnen worden opgelost aan de hand van spreadsheets.

De studenten worden gemotiveerd door problemen uit het echte leven die ze moeten oplossen door wiskundige kennis toe te passen.

3. Formulering van een probleem (eventueel in fasen of fasen) als gevolg van het bovenstaande

De leerlingen maken eerst kennis met een alledaags probleem door de wiskundeleraar dat kan worden gemodelleerd door een lineaire niet-homogene Diophantische vergelijking van twee variabelen. De wiskundeleraar helpt de leerlingen bij het construeren van het model en het oplossen in positieve gehele getallen van het verkrijgen van een vergelijking met behulp van kennis over deelbaarheidsregels. Vervolgens begint de wiskundeleraar met de nieuwe kennis over wat een lineaire Diophantische vergelijking is en met welke methoden deze kan worden opgelost.

Ontwikkeling (door studenten) – Begeleiding & Evaluatie (in 9-11, door docenten)

4. Achtergrond creatie - Zoeken / Verzamelen van informatie:

Nieuwe kennis toegepast bij het oplossen van problemen. De studenten worden aangemoedigd om zelf op zoek te gaan naar informatie op internet en andere bronnen. De studenten gebruiken deze informatie bij de voorbereiding van hun eindprojecten.

5. Vereenvoudig het probleem - Configureer het probleem met een beperkt aantal vereisten

De taak wordt duidelijk omschreven met de nodige informatie.

6. Case Making - Ontwerpen - materialen identificeren voor bouwen / ontwikkelen / creëren

De taak die de studenten krijgen is duidelijk gedefinieerd.

7. Bouw - Workflow - Uitvoering van projecten

Inleidende training met relevante voorbeelden - Een reëel probleem aan de orde stellen -

Aanvullende training - Een oplossing voor het probleem vinden - De resultaten presenteren

8. Observatie-experimenten - Eerste conclusies

De studenten lossen problemen op uit de scheikunde, techniek, bedrijfskunde, cryptografie en het dagelijks leven, begeleid door de wiskunde- en IT-leraar. Ze leren hoe ze dergelijke problemen kunnen modelleren met lineaire Diophantische vergelijkingen en hoe ze ze met de hand kunnen oplossen met de nieuwe methoden die ze hebben geleerd en ook met behulp van IT, in een spreadsheetsoftware zoals MS Excel.

9. Documentatie - Zoeken naar thematische gebieden (AI-velden) die verband houden met het bestudeerde onderwerp - Uitleg op basis van bestaande theorieën en / of empirische resultaten

De studenten beschikken over de nodige theoretische informatie en voorbeelden.

10. Verzamelen van resultaten / informatie op basis van de punten 7, 8, 9

Bij elke stap rapporteren de docenten de voortgang van de leerlingen.

11. Eerste groepspresentatie door studenten

Studenten presenteren de resultaten van hun werk in de vorm van een .ppt of andere presentatie.

Configuratie & Resultaten (door studenten) – Begeleiding & Evaluatie (door docenten)

12. Configureer STEAME-modellen om de resultaten te beschrijven / weergeven / illustreren

13. De resultaten in 9 bestuderen en conclusies trekken aan de hand van 12

14. Toepassingen in het dagelijks leven - Suggesties voor het ontwikkelen van 9 (Ondernemerschap - SIL Days)

Beoordeling (door docenten)

15. Bekijk het probleem en bekijk het onder meer veeleisende omstandigheden

Afronding van het project (door studenten) – Begeleiding en evaluatie (door docenten)

16. Herhaal stap 5 tot en met 11 met aanvullende of nieuwe eisen zoals geformuleerd in 15

17. Onderzoek - Casestudies - Uitbreiding - Nieuwe theorieën - Nieuwe conclusies testen

18. Presentatie van conclusies - Communicatietactieken.

FASE III: STEAME ACADEMY Acties en samenwerking in creatieve projecten voor scholieren

Titel van het project: Problemen oplossen met Diophantus – Modelleren met lineaire Diophantische vergelijkingen

Korte beschrijving/overzicht van organisatorische regelingen / verantwoordelijkheden voor actie

PODI UM	Activiteiten/Stappen Leraar 1 (T1) Samenwerking met T2, T3, T4, T5 en studentenbegeleiding	Activiteiten /Stappen Door studenten Leeftijdsgroep: 12-13	Activiteiten /Stappen Leraar 2 (T2) Samenwerking met T1, T3, T4, T5 en studentenbegeleiding
Een	Vorbereiding van de stappen 1,2,3		Samenwerking in stap 1,2,3
B	Begeleiding in stap 9	4,5,6,7,8,9,10	Ondersteuning begeleiding in stap 9
C	Creatieve evaluatie	11	Creatieve evaluatie
D	Begeleiding	12	Begeleiding
E	Begeleiding	13 (9+12)	Begeleiding
F	Organisatie (SIL) STEAME in het leven	14 Ontmoeting met vertegenwoordigers van het bedrijfsleven	Organisatie (SIL) STEAME in het leven
G	Vorbereiding van stap 15		Samenwerking in stap 15
H	Begeleiding	16 (herhaling 5-11)	Ondersteuning Begeleiding
Ik	Begeleiding	17	Ondersteuning Begeleiding

K	Creatieve evaluatie	18	Creatieve evaluatie
---	---------------------	----	---------------------